



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

Matheus de Barros Vallim

Modelagem de Pneumático de Motocicleta para Análise de Conforto Vibracional dos Ocupantes

Campinas

2015

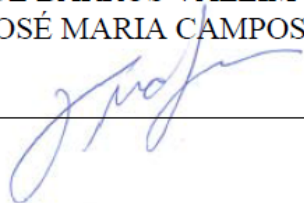
Matheus de Barros Vallim

Modelagem de Pneumático de Motocicleta para Análise de Conforto Vibracional dos Ocupantes

Dissertação de Mestrado apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
como parte dos requisitos para obtenção
de título de Mestre em Engenharia
Mecânica, na Área de Mecânica dos
Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO
MATHEUS DE BARROS VALLIM
PROF. DR. JOSÉ MARIA CAMPOS DOS SANTOS



Campinas

2015

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura

V239m Vallim, Matheus de Barros, 1991-
Modelagem de pneumático de motocicleta para análise de conforto vibracional dos ocupantes / Matheus de Barros Vallim. – Campinas, SP : [s.n.], 2015.

Orientador: José Maria Campos dos Santos.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Pneus. 2. Motocicletas. 3. Vibração. 4. Conforto humano. I. Santos, José Maria Campos dos, 1953 -. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Motorcycle vehicle and tire modeling for ride comfort analysis

Palavras-chave em inglês:

Tires
Motorcycles
Vibration
Human comfort

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

José Maria Campos dos Santos [Orientador]
Franco Giuseppe Dedini
Argemiro Luis de Aragão Costa

Data de defesa: 05-11-2015

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

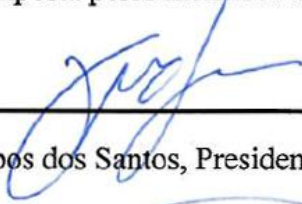
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Modelagem de Pneumático de Motocicleta para Análise de Conforto Vibracional dos Ocupantes


Autor: Matheus de Barros Vallim

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

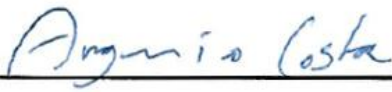
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou essa Dissertação:



Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos, Presidente
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini
DSI/FEM/UNICAMP



Dr. Argemiro Luis de Aragão Costa
Pirelli do Brasil/Santo André

Campinas, 05 de novembro de 2015

Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer primeiramente à Deus por ter me guiado durante todo os sete anos de graduação e mestrado, período que tive a oportunidade de adquirir conhecimentos no ramo da engenharia mecânica que serão postos em práticas com ética e respeito à sociedade e ao meio ambiente.

Agradeço à minha família pelo apoio e por terem desempenhado um papel fundamental para minha formação social e pessoal.

Agradeço ao professor José Maria Campos dos Santos pela oportunidade e confiança no trabalho e pela orientação durante esse período.

Agradeço também aos professores da FEM e da Unicamp que tive durante minha graduação e mestrado, com os quais pude aprender e desenvolver minhas capacidades e habilidades para realizar esse projeto.

Ao Dr. Argemiro Costa reside também parte dos meus agradecimentos, pela contribuição e orientação no trabalho.

E à Pirelli Pneus Ltda. agradeço pelo apoio financeiro e pela oportunidade e confiança no meu trabalho durante o período desse projeto.

Resumo

Os fabricantes de veículos, preocupados com o conforto dos passageiros, têm buscado atenuar os ruídos e vibrações transmitidos aos ocupantes, principalmente aqueles provenientes de sistemas como direção (carros) e guidão (motocicletas), além do escapamento e motor. Um mecanismo importante nesse conjunto são os pneus, que, em geral, amortecem as vibrações. No entanto, suas desuniformidades podem provocar forças dinâmicas que, ao agir na suspensão, provocam vibrações e afetam o conforto.

Esse trabalho consiste na análise do conforto vibracional em motocicletas. Um modelo analítico de motocicleta é desenvolvido baseado em corpos rígidos, conectados por elementos de amortecimento e de rigidez. Em sequência, investiga-se um modelo analítico de pneu com diferentes tipos de desuniformidades de processo. O modelo consiste de um anel rígido conectado a um disco através de molas e amortecedores. Ambos os modelos são então combinados em uma única representação do conjunto pneu-motocicleta, totalizando dez graus de liberdade. O conforto é analisado com base em limites de vibrações propostos por uma norma ISO. Por fim, simulações do modelo são comparadas com testes experimentais para verificar a sua funcionalidade.

Abstract

The ride comfort in vehicles has been leading vehicle manufactures to try to reduce noise and vibrations transmitted to the occupants. Steering system (cars), handlebar (motorcycles), exhaust system and engine are the most important source of vibrations in vehicles. However, pneumatic tires are also a significant mechanism of generation of vibrations, because tire non-uniformities can induce to varying forces and cause discomfort.

This work aims to analyze the motorcycle ride comfort. A motorcycle analytical model is developed based on rigid bodies, connected by stiffness and damper elements. After, a tire analytical model is investigated with different types of non-uniformities. This model consists of a rigid ring connected to a disc with springs and damping. Both models are therefore assembled and a ten-degrees-of-freedom motorcycle model is obtained. Ride comfort is analyzed with vibration comfort limits proposed by an ISO standard. Finally, simulations of motorcycle analytical model are compared with experimental tests.

Lista de Figuras

Figura 1 – Diferenças na forma dos pneus de motocicleta e carro.	13
Figura 2 – Faixa de utilização dos ângulos de cambagem e deriva (adaptado de TEZUKA et al., 2000).	14
Figura 3 – Ilustração dos ângulos de cambagem em automóveis e motocicletas.	14
Figura 4 – Ângulos de deriva dianteiro α_f , traseiro α_r e ângulo de esterço δ	15
Figura 5 – Representação esquemática da motocicleta de Sharp (1971).	18
Figura 6 – Novo modelo de motocicleta de Sharp et al. (2001).	19
Figura 7 – Geometria de uma motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).	20
Figura 8 – Estrutura cinemática de uma motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).	21
Figura 9 – Forças e momentos aerodinâmicos sobre a motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).	22
Figura 10 – Forças atuando na motocicleta em regime permanente (COSSALTER, 2006).	23
Figura 11 – Modelo de anel rígido no sistema roda-pneu (GONG, 1993).	26
Figura 12 – Componentes básicos do pneu de uma motocicleta.	28
Figura 13 – Forças e momentos atuando no pneu e alguns parâmetros cinemáticos (PACEJKA, 2005).	29
Figura 14 – Pneu durante o avanço sobre pista plana (PACEJKA, 2005).	30
Figura 15 – Exemplo de decomposição de um sinal em harmônicos (POTTINGER, 2009). ...	32
Figura 16 – Variação da amplitude da força em relação a velocidade (DORFI, 2005).	33
Figura 17 – Modos de vibração de baixa ordem, a 8 km/h (RICHARDS; CHAREK; SCAVUZZO, 1986 apud MARSHALL, 2006).	36
Figura 18 – Modos de vibração “no-plano” de uma motocicleta (COSSALTER, 2006).	38
Figura 19 – Limites de vibração na direção vertical para o corpo humano (WONG, 2001). ..	39
Figura 20 – Diagrama da motocicleta representada por conjuntos massa-mola-amortecedor (adaptado de COSSALTER, 2006).	40
Figura 21 – Modelo de motocicleta excitado por um deslocamento imposto.	41
Figura 22 – Modelo mono-suspensão de um grau de liberdade (adaptado de COSSALTER, 2006).	42
Figura 23 – Evolução do deslocamento sobre a lombada.	43
Figura 24 – Evolução da aceleração sobre a lombada.	44
Figura 25 – Transmissibilidade de acelerações Z/y_0 em função da razão de frequências.	44
Figura 26 – Modelo mono-suspensão de dois graus de liberdade.	46

Figura 27 – Acelerações verticais da mono-suspensão excitada por uma lombada.	47
Figura 28 – Transmissibilidade de acelerações Z/y_0 em função da razão de frequências.	48
Figura 29 – Modelo de motocicleta de quatro graus de liberdade.	49
Figura 30 – Respostas das massas suspensas e não-suspensas sobre uma lombada.	51
Figura 31 – Perfil de pista e resposta da motocicleta.	52
Figura 32 – Comparação entre as FRFs da aceleração vertical da massa suspensa.	53
Figura 33 – Comparação entre as FRFs da aceleração de arfagem da massa suspensa.....	54
Figura 34 – Representação esquemática dos principais tipos de desuniformidades do pneu (DORFI, 2005).	55
Figura 35 – Modelo de anel rígido com massa concentrada (adaptado de Dillinger (2005)). .	56
Figura 36 – Forças tangencial e radial para 10 km/h e massa concentrada de 5 g.	60
Figura 37 – Modelo de anel rígido com excentricidade (adaptado de Dillinger (2005)).	61
Figura 38 – Representação da circularidade.	62
Figura 39 – Diferença radial para uma revolução (DEODHAR, 2005).	63
Figura 40 – Força radial devido à circularidade.	64
Figura 41 – Modelo analítico de motocicleta de dez graus de liberdade.	65
Figure 42 – Modelo do conjunto roda-pneu para massa concentrada.	70
Figure 43 – Modelo do conjunto roda-pneu para excentricidade.	71
Figure 44 – Modelagem da circularidade no pneu para a motocicleta.	72
Figure 45 – Determinação da rigidez vertical equivalente e torcional.	74
Figura 46 – Aceleração vertical da massa suspensa para a massa concentrada.	77
Figure 47 – Aceleração vertical da massa suspensa para a excentricidade.	77
Figure 48 – Aceleração vertical da massa suspensa para a circularidade.....	77
Figura 49 – Limites de conforto reduzidos propostos pela ISO 2631 e as acelerações verticais da massa suspensa.	79
Figura 50 – Pontos de medidas nos testes experimentais.	80
Figura 51 – a) Testes experimentais da motocicleta. b) Simulações do modelo analítico.	80
Figura 52 – Análise da motocicleta com motor ligado.	82
Figure 53 - Análise da motocicleta com motor desligado.	82
Figura 54 – Os primeiros três modos próprios verticais do pneu dianteiro.	83

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Relações entre as variáveis cinemáticas e cinéticas de um pneu.	29
Tabela 2 – Terminologia usada na desuniformidade em pneus.	31
Tabela 3 – Características modais da motocicleta de quatro graus de liberdade.	50
Tabela 4 – Parâmetros físicos dos pneus da motocicleta.	74
Tabela 5 – Parâmetros físicos da motocicleta.	75
Tabela 6 – Frequências naturais e descrição dos modos próprios da motocicleta.	76

Sumário

1. Introdução	12
1.1. Objetivos	15
2. A motocicleta.....	17
2.1. Modelos para motocicleta	17
2.2. Estrutura e dinâmica da motocicleta	19
3. O pneumático	25
3.1. Modelos para pneu.....	25
3.2. Estrutura e dinâmica do pneu	27
3.3. Desuniformidade em pneus	31
4. Conforto vibracional	34
4.1. Vibrações em pneus	35
4.2. Vibrações em motocicletas	36
4.3. Parâmetros de conforto	38
5. Dinâmica do conjunto pneu-motocicleta e análise do conforto	40
5.1. Modelagem da motocicleta.....	40
5.1.1. Mono-suspensão de um grau de liberdade.....	42
5.1.2. Mono-suspensão de dois graus de liberdade.....	45
5.1.3. Motocicleta de quatro graus de liberdade.....	48
5.2. Modelagem do pneu com desuniformidade	54
5.2.1. Massa concentrada.....	55
5.2.2. Excentricidade	60
5.2.3. Circularidade.....	62
5.3. Modelagem do conjunto pneu-motocicleta	65
5.3.1. Motocicleta de dez graus de liberdade.....	65
5.3.2. Propriedades físicas da motocicleta e dos pneus.....	73
5.3.3. Resposta às autoexcitações do pneu.....	75
5.3.4. Análise de conforto.....	78
5.3.5. Comparação com testes experimentais.....	79
6. Conclusões.....	84
Referências bibliográficas.....	86

1. Introdução

O estudo do comportamento dinâmico dos pneumáticos é fundamental na indústria automotiva. Os fabricantes de veículos, preocupados com o conforto dos passageiros durante a condução dos veículos, têm buscado atenuar os ruídos e vibrações transmitidos aos ocupantes, provenientes de sistemas como direção (carros) e guidão (motocicletas), motor, suspensão, escapamento e pneus.

Rodas e pneus, assim como outros componentes manufaturados, possuem irregularidades por causa dos limites existentes durante o processo de fabricação (GILLESPIE, 1983). Emendas realizadas durante a manufatura dos pneus agrupam os diferentes tipos de matérias-primas, entre eles borracha, fios metálicos e fios têxteis. No entanto, outras imperfeições que ocorrem durante a fabricação podem causar variações dimensionais, desbalanceamento de massa nas rodas e variação nas forças atuantes nos pneus quando o veículo está em movimento (GILLESPIE, 1983). Por essa razão, muitos estudos têm sido feitos sobre pneus e muitos modelos analíticos e numéricos foram desenvolvidos para simulação. Documentos e normas desenvolvidos por engenheiros e associações governamentais como a SAE J670e (SOCIETY AUTOMOTIVE ENGINEERING, 1976), a ISO 8855 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION, 2011) e a DOT HS 810 561 (U. S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION, 2006) padronizam as nomenclaturas de relações cinemáticas e forças atuantes nos pneus e vários códigos analíticos e numéricos as utilizam.

A fabricação dos pneus de motocicleta é similar à dos automóveis e caminhões leves. A principal diferença reside no fato de que o pneu de motocicleta possui uma forma mais arredondada, conforme mostra a Figura 1. Isso possibilita que o pneu rode inclinado, já que a motocicleta possui um ângulo de cambagem muito maior que do carro, mostrado na Figura 2.



Figura 1 – Diferenças na forma dos pneus de motocicleta e carro.

A Fórmula Mágica é um modelo analítico de pneu conhecido e bastante utilizado na análise de pneumáticos em geral. O modelo é formado por equações analíticas onde alguns parâmetros são obtidos a partir de dados experimentais para soluções em regime permanente (PACEJKA; BAKKER, 1991) e transitório (PACEJKA; BESSELINK, 1997). Outros modelos, como Sakai (1990), Guo et al. (1998), Delamotte et al. (2008) são utilizados para a representação pneumática de automóveis, diferindo bastante da representação de pneus de motocicleta. De fato, alguns parâmetros são diferentes devido às características de estabilidade e dirigibilidade em ambos os veículos. Pneus de motocicletas possuem grandes ângulos de cambagem (ângulo entre o plano vertical e o plano da motocicleta no sentido longitudinal), entre 50° e 55° , e baixos ângulos de deriva (ângulo entre a velocidade longitudinal da roda e o plano da roda), entre 1° e 2° . Já automóveis trabalham com baixos ângulos de cambagem e altos ângulos de deriva. A Figura 2 compara os valores usuais dos ângulos citados para veículos de duas rodas e veículos de quatro rodas. A Figura 3 mostra a definição destes ângulos nos veículos, enquanto que a Figura 4 explica visualmente o conceito do ângulo de deriva. Alguns estudos do pneumático de motocicletas foram desenvolvidos nas últimas décadas, podendo ser encontrados nos trabalhos de De Vries et al. (1997), Cossalter et al. (1999a), Cossalter et al. (1999b), Cossalter et al. (2001), Fujioka e Goda (1995), Cossalter et al. (2003) e Pacejka (2002).

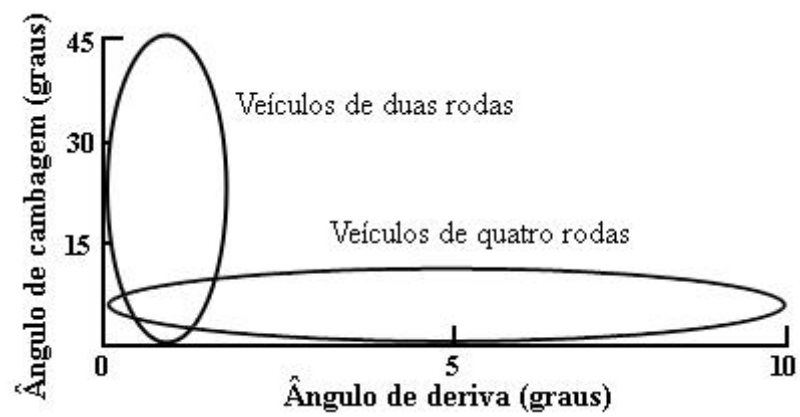


Figura 2 – Faixa de utilização dos ângulos de cambagem e deriva (adaptado de TEZUKA et al., 2000).

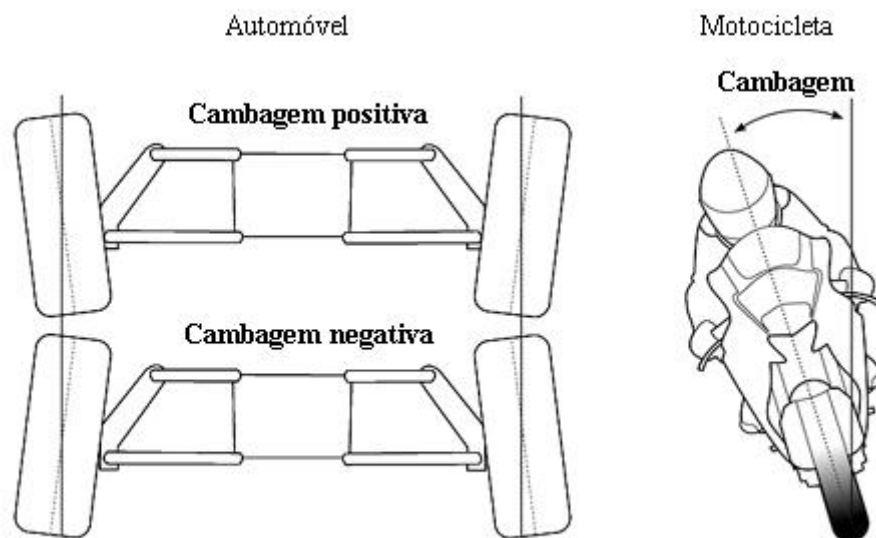


Figura 3 – Ilustração dos ângulos de cambagem em automóveis e motocicletas.

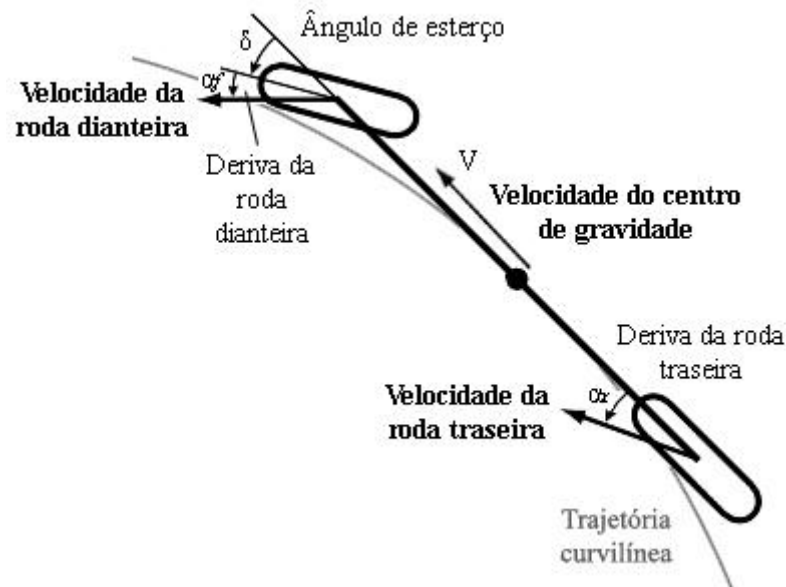


Figura 4 – Ângulos de deriva dianteiro α_f , traseiro α_r e ângulo de esterço δ .

A qualidade da condução de um veículo requer que o conjunto roda/pneu tenha um alto grau de uniformidade, isto é, com variações geométricas e de massas dentro dos limites pré-estabelecidos. Mesmo com a tecnologia avançada envolvida na concepção de pneus, sempre existe algum grau de desuniformidade, o que resulta em variações de forças no eixo do conjunto durante o rolamento dos pneus. Por isso, é de grande importância técnica e econômica tanto para os fabricantes dos pneus quanto para as montadoras de veículos gerenciarem e controlarem as irregularidades presentes no conjunto, considerando os efeitos que as desuniformidades dos pneus provocam no veículo, como variações de forças verticais, laterais e longitudinais.

1.1. Objetivos

A aplicação de modelos físicos de pneus de motocicletas para análise de conforto vibracional incluindo suas desuniformidades é pouco explorada e desenvolvida quando comparada com veículos de quatro rodas.

No entanto, o conforto para o condutor e a dirigibilidade da motocicleta, alcançados através da uniformidade do pneumático vem ganhando relevância. Assim, o objetivo principal deste trabalho é, de forma geral, investigar modelos analíticos e numéricos de pneumáticos de motocicletas, com objetivo de obter uma representação adequada do

conjunto pneu-motocicleta, capaz de avaliar o conforto vibracional dos ocupantes gerados pelas variações de forças provenientes das desuniformidades do pneu.

Como consequência do objetivo principal, foram abordados e desenvolvidos os seguintes tópicos:

- Estudar os modelos vibracionais para motocicleta existentes na literatura.
- Estudar os modelos de pneu com ênfase no conforto vibracional incluindo desuniformidades do pneu.
- Definir o modelo analítico de motocicleta para a análise vibracional.
- Definir o modelo de pneu para análise de conforto vibracional.
- Construir um modelo analítico de pneu-motocicleta utilizando parâmetros obtidos em parceria com um fabricante de pneus.
- Validar o modelo analítico através de ensaios experimentais.
- Propor um método capaz de avaliar o conforto vibracional dos ocupantes de motocicleta devido às desuniformidades presentes nos pneus.

2. A motocicleta

Diferentemente dos automóveis, largamente estudados e com vasta literatura disponível, as motocicletas ainda ocupam uma pequena porcentagem na área dedicada ao estudo do comportamento dinâmico de veículos terrestres. No entanto, o crescente mercado de motocicletas e consequente competitividade vem incentivando novas pesquisas com o intuito de aprimorar o conhecimento da dinâmica desses veículos.

2.1. Modelos para motocicleta

Ainda em no século XIX, Whipple (1899) foi o pioneiro no estudo do comportamento dinâmico de um veículo de duas rodas, servindo como base para futuros estudos na área de motocicletas. Whipple modelou uma bicicleta usando corpos rígidos, apresentado equações linearizadas em forma matricial que descreviam seu comportamento durante o avanço em linha reta. Apesar de conter alguns erros em sua formulação, suas equações linearizadas foram estudadas e validadas pela revisão feita por Meijaard et al. (2007).

Os estudos mais recentes analisam aspectos particulares do veículo, como a dirigibilidade, comportamento em curva, a relação entre o ângulo de cambagem e as forças e momentos desenvolvidos e a dirigibilidade e controle da motocicleta. A maioria das análises partem de modelos desenvolvidos computacionalmente que usam softwares, como o MDI/ADAMS®, utilizado na análise de Olivieri et al. (2002), e o SIMPACK Modeling Tool®, alicerce do trabalho de Beitelschmidt et. al (2007).

O estudo de Sharp (1971), representado pela Figura 5, analisou a motocicleta em controle livre e analisou sua estabilidade. O modelo consistia de dois quadros rígidos ligados ao eixo de esterço. O quadro dianteiro englobava a roda dianteira, o garfo e o guidão. O quadro traseiro representava a estrutura principal, o conjunto do motor, tanque de combustível, assento, garfo traseiro, roda traseira e o motorista. Os pneus eram discos rígidos.

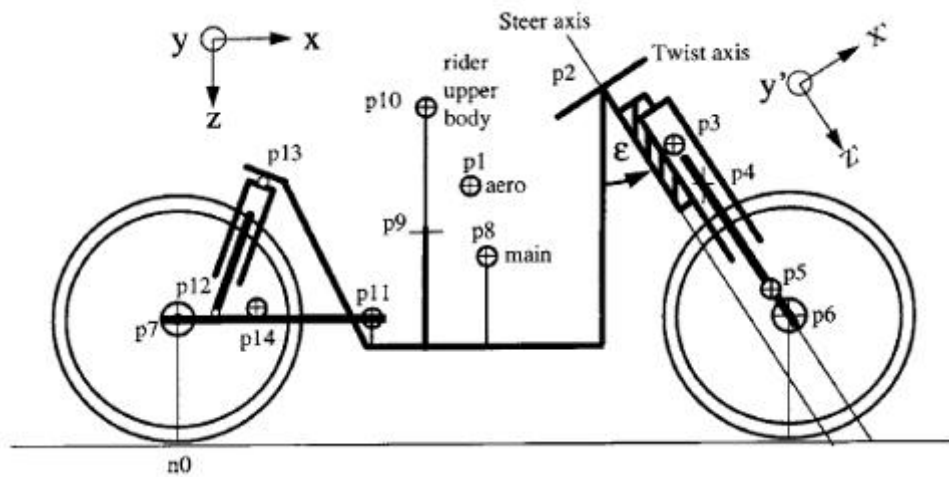


Figura 6 – Novo modelo de motocicleta de Sharp et al. (2001).

Para a análise do conforto vibracional da motocicleta, o modelo utilizado nesse trabalho foi um dos modelos propostos por Cossalter (2006). Trata-se de modelo analítico baseado em um sistema massa-mola-amortecedor que será discutido na sessão 5.1 dessa dissertação. O trabalho de Cossalter (2006) ainda consiste de uma larga abordagem da motocicleta, incluindo a cinemática, o conjunto do pneumático, o movimento retilíneo, a curva em regime permanente, a dinâmica, os modos de vibrações, estabilidade e o controle e manuseio da motocicleta. Vários modelos analíticos do veículo são construídos através de equações algébricas lineares e não-lineares, dependendo da parte analisada da motocicleta, utilizando conceitos de multicorpos. Os modelos são validados por dados experimentais e os comportamentos do veículo que não podem ser diretamente representados analiticamente são abordados empiricamente.

2.2. Estrutura e dinâmica da motocicleta

Uma peculiaridade dos veículos de duas rodas é sua estabilidade lateral. Apesar de não se manterem em equilíbrio quando paradas, a inclinação em curvas das motocicletas é essencial para o desenvolvimento das forças necessárias para o movimento curvilíneo. No entanto, a abordagem para o conforto vibracional se dará apenas no movimento retilíneo.

Geometria da motocicleta

Cossalter (2006) avalia a cinemática e a cinética da motocicleta através de um veículo rígido de duas rodas, mostrado na Figura 7. A princípio, ele não possui suspensões e suas rodas são envolvidas por pneus indeformáveis, esquematizadas através de dois toróides sólidos com seções circulares. Logo, uma motocicleta pode ser descrita através dos seguintes parâmetros:

- p entre-eixos;
- d offset do garfo;
- ε ângulo de caster;
- R_r raio da roda traseira;
- R_f raio da roda dianteira;
- t_r raio da seção transversal da roda traseira;
- t_f raio da seção transversal da roda dianteira;
- $a_n = R_f \sin \varepsilon - d$ *normal trail*;
- $a = a_n / \cos \varepsilon = R_f \tan \varepsilon - d / \cos \varepsilon$ *trail*.

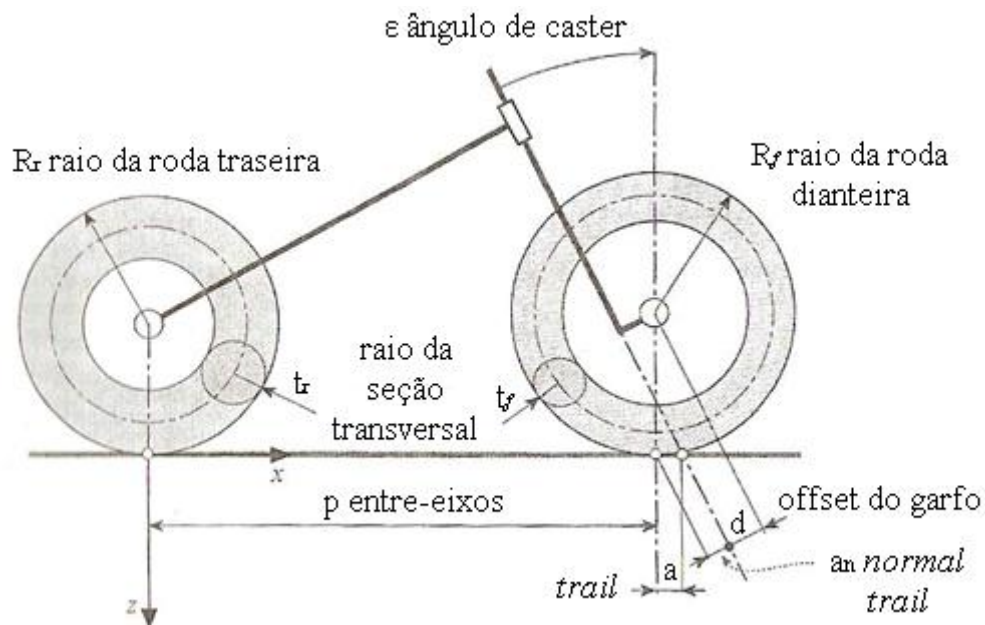


Figura 7 – Geometria de uma motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).

Cinemática da motocicleta

O modelo de Cossalter (2006) define uma motocicleta como sendo um simples mecanismo de quatro corpos rígidos, conforme mostrado na Figura 8.

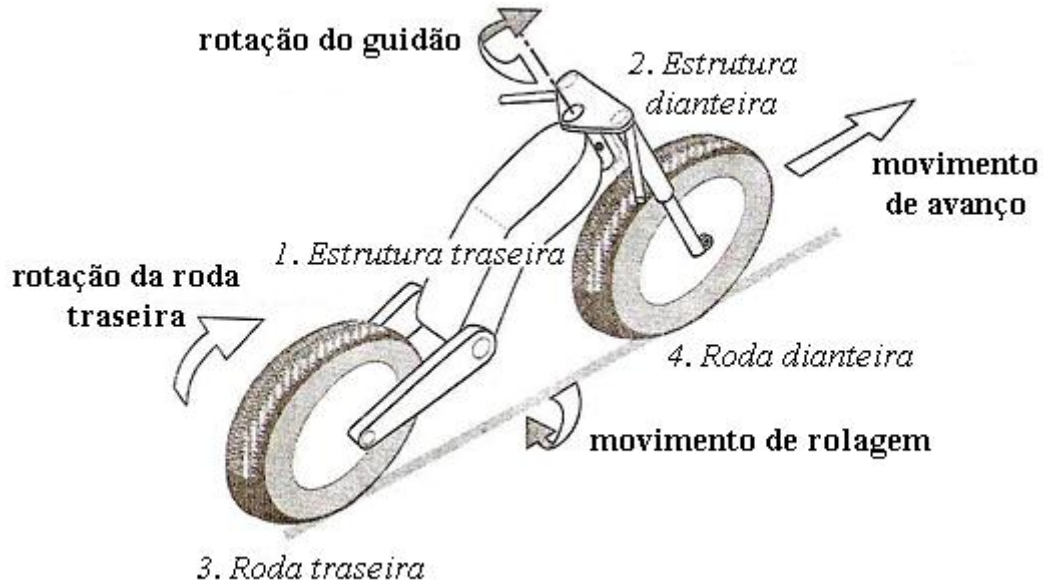


Figura 8 – Estrutura cinemática de uma motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).

1. Estrutura traseira, contendo o quadro, o tanque de combustível, o assento e o conjunto motor-transmissão.
2. Estrutura dianteira, composta pelo garfo e guidão.
3. Roda traseira.
4. Roda dianteira.

Esses corpos são conectados por juntas de revolução que, acopladas, resumem os graus de liberdade da motocicleta em três (a, b e c, definidos abaixo), associados aos três principais movimentos do veículo. No entanto, as forças longitudinais (tração e frenagem) e laterais requerem certo grau de escorregamento em ambas as direções para que sejam geradas, dependendo das condições da superfície da estrada. Com isso, surgem mais quatro graus de liberdade na motocicleta (d, e, f, g), totalizando sete:

- a. Movimento de avanço (*forward motion*).
- b. Movimento de rolagem (*roll motion*) em torno da linha que une os pontos de contato de cada roda.
- c. Movimento de esterço (*steering rotation*).

- d. Escorregamento longitudinal da roda dianteira (frenagem).
- e. Escorregamento longitudinal da roda traseira (tração ou frenagem).
- f. Escorregamento lateral da roda dianteira.
- g. Escorregamento lateral da roda traseira.

Cinética da motocicleta

Segundo Cossalter (2006), o comportamento de motocicletas durante o movimento retilíneo depende de forças longitudinais trocadas entre o pneu e o solo, das forças aerodinâmicas induzidas pelo próprio movimento e das forças verticais induzidas pelas irregularidades da pista.

No movimento em regime permanente, o impulso produzido pelo motor da motocicleta se iguala às forças que se opõem ao movimento, dentre as quais se destacam a força de resistência ao rolamento (cerca de 2% da força peso (COSSALTER, 2006)), a resistência aerodinâmica e a componente da força peso causada por irregularidades na pista.

As influências aerodinâmicas na motocicleta podem ser representadas por três forças atuando no centro de gravidade do veículo (arrasto, sustentação e força lateral) e por três momentos atuando nos eixos que passam por esse ponto, conforme mostra a Figura 9.

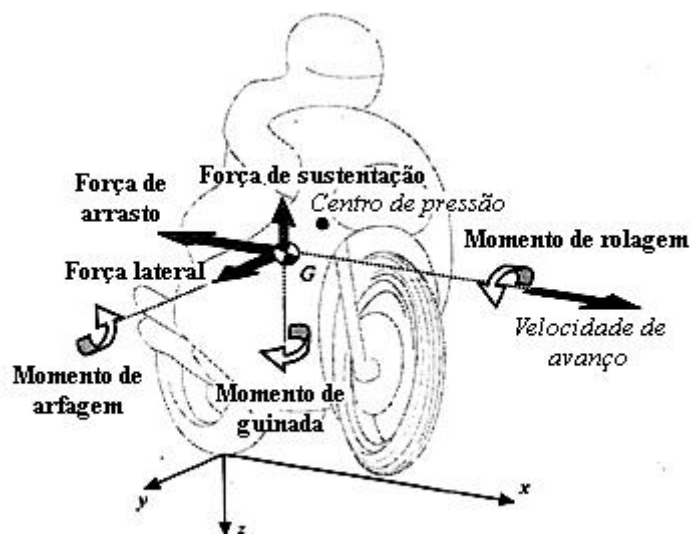


Figura 9 – Forças e momentos aerodinâmicos sobre a motocicleta (adaptado de COSSALTER, 2006).

A Figura 10 mostra as forças atuando na motocicleta em regime permanente, onde a massa da motocicleta é representada por " m ", o entre-eixos é dito por " p " e " N_r " e " N_f " são as cargas dinâmicas traseira e dianteira aplicadas nas rodas, respectivamente. Além disso, " S " é a força de condução, que age no pneu traseiro, e " h " é a altura do centro de gravidade " G ".

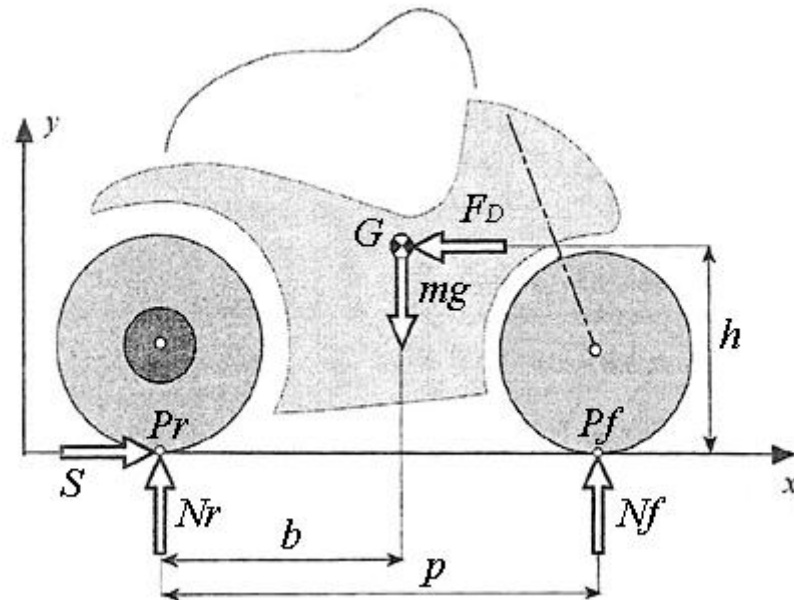


Figura 10 – Forças atuando na motocicleta em regime permanente (COSSALTER, 2006).

No movimento retilíneo e em regime permanente, a força de resistência ao rolamento e a força de sustentação são desprezadas. E, uma vez que a pista seja plana e reta, as forças resistivas ao movimento são reduzidas somente ao arrasto, " F_D ", já que não há a componente da força peso atuando contra o veículo. As equações de equilíbrio da motocicleta se tornam, portanto:

(→) Equilíbrio das forças horizontais:

$$S - F_D = 0 \quad (1)$$

(↑) Equilíbrio das forças verticais:

$$mg - N_r - N_f = 0 \quad (2)$$

(⌚) Equilíbrio dos momentos em relação ao centro de gravidade:

$$Sh - N_r b + N_f (p - b) = 0 \quad (3)$$

As forças verticais trocadas entre os pneus e o solo são:

- Carga dinâmica na roda dianteira:

$$N_f = mg \frac{b}{p} - S \frac{h}{p} \quad (4)$$

- Carga dinâmica na roda traseira:

$$N_r = mg \frac{(p - b)}{p} - S \frac{h}{p} \quad (5)$$

As forças mostradas nas Equações 4 e 5 são compostas por dois termos. O primeiro termo diz respeito à carga estática aplicada na roda. O segundo está relacionado com a transferência de carga diretamente proporcional à força de condução "S" e à altura "h".

Se a motocicleta está parada, "S" é nulo e " N_r " e " N_f " se reduzem aos termos estáticos apenas.

3. O pneumático

O conjunto do pneumático pode ser pensado como um sistema mola-amortecedor, responsável pela dissipação e armazenamento da energia transmitida pelo solo ao veículo (SANTOS, 2010).

Devido a sua capacidade de deformação, a principal função do pneu é permitir o contato entre a roda e a pista mesmo que haja problemas no solo, absorvendo as irregularidades presentes (DONADIO, 2009). Isso confere aos ocupantes do veículo certo conforto e garante boa dirigibilidade. Além disso, o pneu tem por função suportar a carga do veículo e criar um sistema de atrito com o solo para diferentes condições de superfície: seco, molhado, coberto por neve ou gelo (LINDEMUTH, 2006).

3.1. Modelos para pneu

Para definir um modelo de pneu que atenda as características de dirigibilidade e condições dinâmicas da motocicleta, faz-se necessário estudar os modelos de pneus existentes e integrá-los com modelos de desuniformidades disponíveis. Esses modelos devem ser aptos a representar o comportamento do pneumático em motocicletas, focando na análise do conforto vibracional.

A grande maioria dos modelos consideram o contato do pneu com o solo em um único ponto. Quando o *patch* de contato (pegada do pneu) é representado, ele é tomado unidimensionalmente, podendo servir para qualquer tipo de veículo.

As representações dos pneus são, em geral, bidimensionais. No geral, pneus de motocicleta possuem uma banda de rodagem mais estreita quando comparada a de carros. A largura do pneu não se encontra representada nos modelos, pois está implícita nos ajustes de forças e momentos dos modelos. Quando a dinâmica lateral é analisada, a maioria dos autores utilizam a Fórmula Mágica desenvolvida por Pacejka (2005).

Pacejka (2005) propõe vários tipos de modelos para pneu dependendo do problema ou efeito a ser analisado. Seu modelo mais conhecido é a Fórmula Mágica, que consiste num conjunto de equações relacionando carga, parâmetros de escorregamento e de cambagem com as forças lateral, longitudinal e vertical atuantes no pneu, além dos momentos

flexibilidade do pneu, estimando também a sua área de contato. É, portanto, mais adequado para simulações vibracionais para cálculo da durabilidade dos componentes do veículo e para otimização do conforto.

- *MF-Tyre/MF-Swift:*

O MF-Tyre é a implementação da Fórmula Mágica de Pacejka (2006). O software simula comportamentos estacionários e transientes em baixas frequências aplicando as equações do modelo de Pacejka. Já o MF-Swift é uma extensão do MF-Tyre para altas frequências. Suas aplicações incluem análise do conforto, análise da suspensão, desenvolvimento de sistemas de controle do veículo, direção e estabilidade.

Nesse trabalho, o modelo analítico de pneu utilizado se baseia em um dos modelos propostos por Dillinger (2005). Trata-se de um modelo analítico de anel rígido que inclui a representação de algumas desuniformidades e será discutido na sessão 5.2.

3.2. Estrutura e dinâmica do pneu

A estrutura do pneu possui mais de 20 componentes, dentre os quais há cerca de 15 compostos diferentes de borracha. Sua composição se divide entre polímeros, que têm por função moldar a estrutura do pneu e conferir flexibilidade; cargas reforçantes, que são utilizadas para aumentar a resistência à abrasão; plastificantes, aplicados para melhorar a viscosidade do material utilizado no processo de fabricação; protetivos, compostos que são adicionados à borracha para protegê-la contra a deterioração causada pelo oxigênio e calor; e vulcanizantes, substâncias que ajudam a atingir as propriedades desejadas do pneu (LINDEMUTH, 2006).

A composição e a estrutura dos pneus foram mudando com o passar dos anos com o objetivo de alcançar o melhor desempenho do sistema. A Figura 12 mostra os componentes de um pneu de motocicleta em corte transversal.

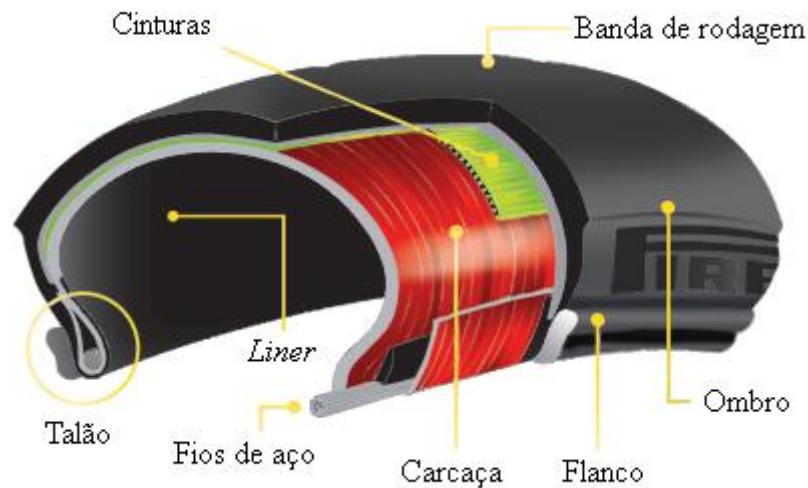


Figura 12 – Componentes básicos do pneu de uma motocicleta.

A banda de rodagem tem por função promover a tração necessária durante aceleração, frenagem e curva do veículo através do tipo de aderência que seu desenho confere com o solo. As cinturas restringem a expansão da carcaça e fornecem resistência ao impacto. A carcaça é constituída de cordas e têm por função suportar os esforços do pneu montado na roda. O flanco protege o corpo do pneu contra abrasão, impacto e flexão. O talão envolve os fios de aço e serve para ancorar o pneu inflado ao aro. Já o *liner* impermeabiliza a superfície e ajuda na retenção do ar dentro do pneu (LINDEMUTH, 2006).

Parâmetros físicos

O desempenho de um pneu como uma estrutura que gera forças e momentos transmitidos à roda depende da combinação de muitos fatores operacionais como, por exemplo, o carregamento vertical, a resistência à frenagem e à aceleração, a deflexão radial e deformação do pneu e o escorregamento tangencial (PACEJKA, 2005).

Tomando como base as considerações feitas por Pacejka (2005), existem três forças e momentos perpendiculares entre si atuando no pneu. Essas componentes da cinética do pneu surgem devido às características cinemáticas do pneu, conforme ilustradas na Tabela 1. Nesse diagrama, considera-se que o pneu é uniforme e se move sobre uma superfície plana.

Tabela 1 – Relações entre as variáveis cinemáticas e cinéticas de um pneu.

Variáveis cinemáticas		Variáveis cinéticas	
ρ	Deflexão radial	F_z	Força vertical
κ	Escorregamento longitudinal	F_x	Força longitudinal
Ω	Velocidade de revolução	M_y	Momento de resistência à rolagem
α	Ângulo de deriva	F_y	Força lateral
ψ	<i>Spin</i>	M_z	Momento de auto-alinhamento
γ	Ângulo de cambagem	M_x	Momento de rotação

A Figura 13 mostra as três forças e os três momentos atuando no pneu, além de alguns parâmetros cinemáticos descritos na tabela anterior. A superfície de contato é definida sobre o sistema de coordenada acoplado na pista. O ponto de contato "C" simplifica a “pegada do pneu” (área de contato entre o solo e o pneu quando deformado) e nele atuam as forças nos três eixos descritas anteriormente. " V_C " é a velocidade do ponto de contato.

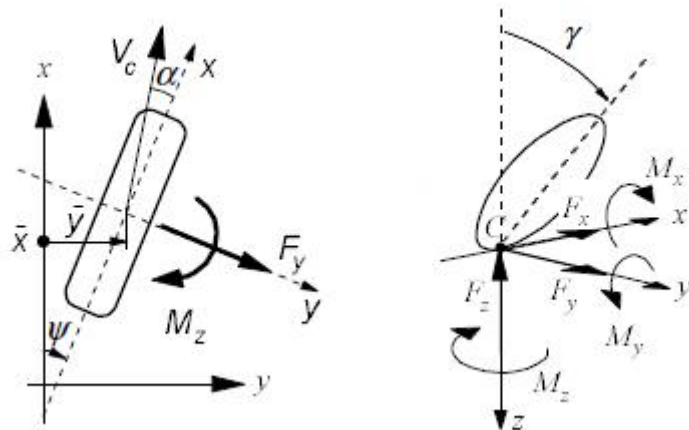


Figura 13 – Forças e momentos atuando no pneu e alguns parâmetros cinemáticos (PACEJKA, 2005).

A deflexão radial " ρ " de um pneu é definida como a diferença entre o raio nominal do pneu " r_f " (quando não submetido a nenhuma carga) e o raio do " r " em presença de uma carga normal:

$$\rho = r_f - r \quad (6)$$

A Figura 14 mostra a caracterização de um pneu visto de lado durante o avanço sobre numa superfície plana com ângulo de cambagem " γ " e taxa de guinada " $\dot{\psi}$ " nulos e com velocidade " V_x " (em relação ao ponto A).

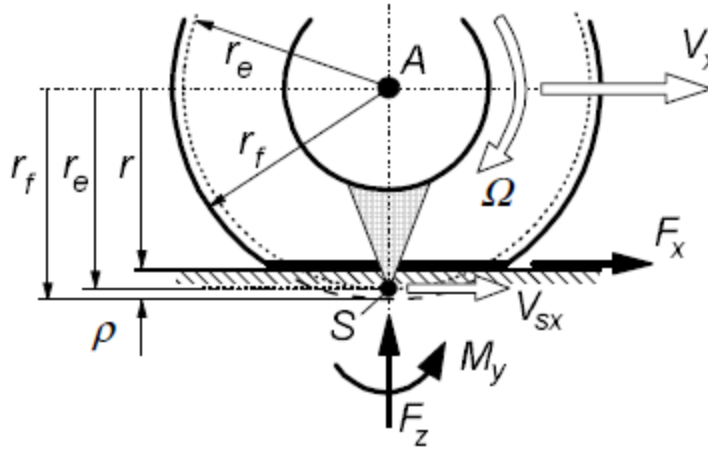


Figura 14 – Pneu durante o avanço sobre pista plana (PACEJKA, 2005).

A velocidade do centro da roda " V_X " é dada por:

$$V_X = r_e \Omega \quad (7)$$

Onde " Ω " é a velocidade de revolução da roda e " r_e ", o raio efetivo.

Durante uma frenagem ou mesmo durante o avanço do pneu, o ponto S indicado na Figura 14 se move com uma velocidade longitudinal de escorregamento " V_{SX} " dada por:

$$V_{SX} = V_X - r_e \Omega \quad (8)$$

O escorregamento longitudinal " κ " pode então ser definido como a razão da velocidade longitudinal de escorregamento " V_{SX} " do ponto S pela velocidade de avanço do centro da roda " V_X " no ponto A:

$$\kappa = -\frac{V_{SX}}{V_X} = -\frac{V_X - r_e \Omega}{V_X} \quad (9)$$

Por fim, o ângulo de deriva pode ser definido como:

$$\alpha = -\frac{V_Y}{V_X} \quad (10)$$

Ainda de acordo com Pacejka (2006), as forças lateral e longitudinal e o momento de auto-alinhamento dependem da deriva, do escorregamento longitudinal e da carga normal:

$$F_X = F_X(\kappa, \alpha, \gamma, F_Z), \quad F_Y = F_Y(\kappa, \alpha, \gamma, F_Z), \quad M_Z = M_Z(\kappa, \alpha, \gamma, F_Z) \quad (11)$$

3.3. Desuniformidade em pneus

As desuniformidades do pneu dizem respeito ao tipo do material e às anomalias do processo de manufatura da estrutura (MARSHALL, 2006). Em geral, a não uniformidade geométrica do pneu pode ser radial, tangencial ou lateral e está relacionada com a variação de força nessas três direções.

Atualmente, muitos problemas durante a manufatura do pneu não são mais relevantes devido a tecnologia envolvida no processo. No entanto, de acordo com Pottinger (2009), problemas como a excentricidade do pneu, excentricidade do aro da roda, variação da largura do aro, emendas na banda de rodagem e desbalanceamento de massa ainda são defeitos que devem ser controlados para garantir níveis toleráveis da uniformidade do pneu.

É comum a utilização de alguns termos específicos quando se trata da desuniformidade em pneus, conforme indica a Tabela 2, baseada em Dorfi (2005).

Tabela 2 – Terminologia usada na desuniformidade em pneus.

Termos	Descrição
RFV, LFV, TFV	Variação da Força Radial, Lateral e Tangencial.
R1H, L1H, T1H	Componente do 1º harmônico da RFV, LFV e TFV.
RnH, LnH, TnH	Componente do n-ésimo harmônico da RFV, LFV e TFV ($n = 1, 2, \dots$).

Existem algumas maneiras conhecidas para determinar o nível de uniformidade do pneu. De acordo com Dorfi (2005), o surgimento de métodos para esse fim data entre 1960 e 1970. Os métodos experimentais envolvem a medição da variação da força em várias direções no eixo onde a roda e o pneu se acoplam. Marshall (2006) destaca que uma máquina típica de uniformidade deve operar em baixas velocidades de modo que as ressonâncias do pneu não sejam excitadas.

Máquinas de uniformidade também podem operar em altas velocidades, incluindo o efeito das ressonâncias do pneu. No entanto, devido à sua complexidade e alto custo, essas máquinas são normalmente encontradas em laboratórios de pesquisa (MARSHALL, 2006) enquanto que equipamentos de baixa velocidade estão presentes nas fabricadas para controle de qualidade da produção.

As forças medidas nos testes de uniformidade podem ser decompostas em harmônicos em função da revolução do pneu, conforme mostra a Figura 15. Através dessa

análise, é possível correlacionar um defeito interno do pneu com um ou mais harmônicos da variação da força e, portanto, corrigir ou amenizar o problema. O primeiro harmônico, caracterizado como uma senóide básica, possui a mesma frequência de rotação do pneu. Por exemplo, para um pneu que gire a 10 Hz, o primeiro harmônico da força decomposta possui uma frequência de 10 Hz (ou 20π rad/s). Já o segundo harmônico tem uma frequência de 20 Hz e assim por diante. A somatória desses senóides recompõem o sinal estudado.

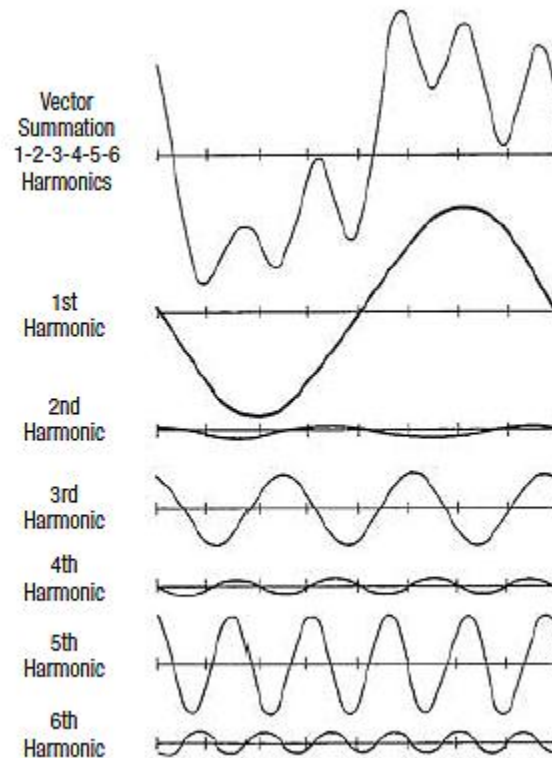


Figura 15 – Exemplo de decomposição de um sinal em harmônicos (POTTINGER, 2009).

Através de uma análise simples da Figura 15, percebe-se que cada harmônico possui um pico máximo de amplitude. Dorfi (2005) correlacionou experimentalmente essas amplitudes, mostrando, através da Figura 16, que enquanto a componente R1H é constante com a variação da velocidade, T1H depende da velocidade do veículo.

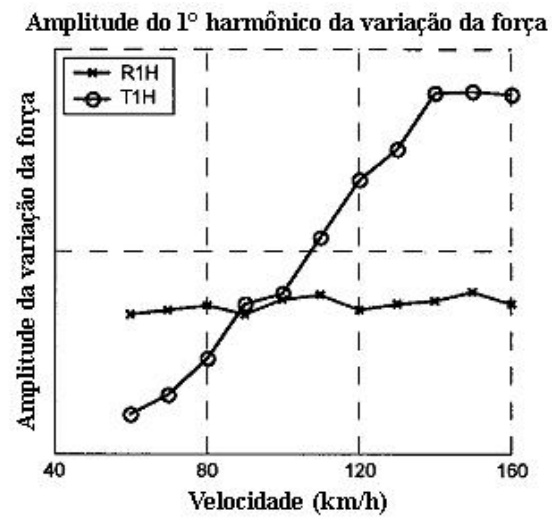


Figura 16 – Variação da amplitude da força em relação a velocidade (DORFI, 2005).

4. Conforto vibracional

Vários tipos de forças surgem durante o avanço da motocicleta sobre o solo, que contribuem para as vibrações nos três eixos do veículo. Variações da força lateral podem se relacionar com o fenômeno “shimmy”, causado por uma autoexcitação lateral no veículo. Relacionado com a estabilidade do sistema, pode ser induzido pela própria motocicleta ou pelas desuniformidades presentes no pneu. Variações na força radial se relacionam com o conforto vibracional vertical e estão diretamente relacionadas com o prazer da condução pelo motorista. Essas excitações são transferidas ao passageiro através do sistema de suspensão do veículo.

De acordo com Cossalter (2006), a avaliação do conforto é mais importante nas acelerações do que nos deslocamentos. De fato, o corpo humano é mais sensível ao valor RMS das acelerações e o desconforto é mais agudo na faixa entre 4 e 8 Hz.

A qualidade em termos de conforto do veículo se relaciona com a percepção do passageiro em relação ao ambiente em que o veículo se encontra. Em geral, os limites do conforto vibracional são difíceis de determinar devido às variações na sensibilidade à vibração para cada indivíduo (WONG, 2001). No entanto, vários estudos já foram realizados para definir os limites do conforto, estabelecendo alguns métodos de análise como, por exemplo, avaliações subjetivas, que incluem um júri treinado para avaliar a vibração gerada, testes em simuladores de percurso, onde um limite de tolerância humana é ajustado de acordo com as vibrações analisadas e medidas diretas de vibrações em veículos classificadas como “desagradáveis” ou “intoleráveis” (WONG, 2001). Vários critérios de conforto já foram propostos, dos quais se destaca o critério de conforto Janeway, introduzido no *Ride and Vibration Data Manual J6a* (SOCIETY AUTOMOTIVE ENGINEERING, 1965) que limita amplitudes de vibrações aceitáveis (geralmente pico-a-pico) em função de faixas de frequência.

Conforme mostrado por Soeiro (2011), as vibrações transmitidas ao corpo humano, chamadas de vibrações ocupacionais, devem obedecer às normas ISO 2631 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION, 1978) e ISO 5349-1. Assim como todos os objetos, o corpo humano possui características de massa e elasticidade que confere frequências naturais para cada uma de suas partes. Se excitadas, podem entrar em ressonância, causando desconforto e, em casos extremos, problemas à saúde.

Na atividade sobre motocicletas, as vibrações propagadas verticalmente podem atingir o corpo humano como um todo e serem somadas à vibração localizada em membros superiores (braços, por exemplo). Expostos durante muito tempo, como é característico em longas viagens, o desconforto gerado provoca fadiga.

Melhorar o conforto significa, basicamente, limitar as variações das acelerações verticais no veículo e nos passageiros causadas pelas variações das forças verticais (GUIGGIANI, 2014). Essas flutuações verticais de força podem surgir devido à irregularidades da pista ou através de autoexcitações causadas por desuniformidades presentes no pneu, como, por exemplo, as do tipo excentricidade e emendas de rodagem.

A análise do pneumático quanto às frequências geradas e suas fontes durante o avanço da motocicleta se baseia na determinação dos harmônicos e de cada modo de vibração do pneu relacionados com a velocidade do veículo. Com o conhecimento dessas relações, a determinação de um modelo de pneu de motocicleta com desuniformidades controladas permite a avaliação da contribuição de cada parâmetro de fabricação nas frequências verticais geradas e, conseqüentemente, ajuda na busca de um ponto de conforto ótimo durante a pilotagem do veículo.

4.1. Vibrações em pneus

O comportamento vibratório em pneus depende das condições de operação. Em baixas frequências (tipicamente abaixo de 20 Hz), eles podem ser aproximados para parâmetros concentrados. Já em frequências maiores, os pneus se comportam como um conjunto contínuo de sistemas lineares de segunda ordem (MARSHALL, 2006)

Acima de 20 Hz, o pneu possui vários modos de vibração ao longo de um grande intervalo de frequências, sensíveis às direções vertical e longitudinal. Deve-se destacar também que o comportamento vibracional de um pneu depende das condições de contorno e das condições de operação as quais ele se submete (SCAVUZZO; RICHARDS; CHAREK, 1993 apud MARSHALL, 2006). Essas condições dizem respeito à disposição da estrutura (em contato com o solo ou não), à pressão de inflação e à velocidade do veículo. Testes conduzidos por Scavuzzo, Richards e Charek (1993 apud MARSHALL, 2006) mostraram que um aumento na pressão interna do pneu geralmente eleva suas frequências de ressonância, o

carregamento vertical no pneu possui um efeito menor nas frequências próprias do sistema e um aumento na velocidade do veículo entre até 8 km/h as diminui.

Os modos mostrados na Figura 17 são os principais modos de vibração para a análise do conforto vibracional (POTTINGER, 2009). O menor modo na direção vertical se caracteriza por ser um movimento de corpo rígido do conjunto pneu/roda a 12 Hz. Nesse caso, o pneu e a roda se movem verticalmente e defletem a carcaça na área sobre pegada do pneu. O modo longitudinal a 42 Hz é um modo de torsão onde a roda gira em um sentido e a banda de rodagem gira no sentido inverso. Os modos maiores, 80 e 88 Hz, respectivamente, são modos de flexão onde o movimento do pneu está fora de fase com o movimento da roda (MARSHALL, 2006).

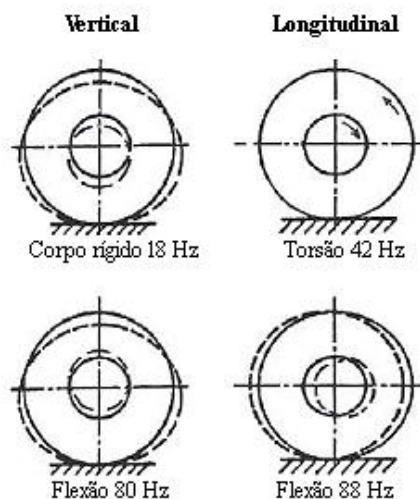


Figura 17 – Modos de vibração de baixa ordem, a 8 km/h (RICHARDS; CHAREK; SCAVUZZO, 1986 apud MARSHALL, 2006).

4.2. Vibrações em motocicletas

De acordo com (MARSHALL, 2006), as vibrações transmitidas pela estrutura do veículo percorrem o pneu, a suspensão e outros componentes, podendo ser percebidas tanto acusticamente quanto através do desconforto vibracional sentido pelos ocupantes do veículo. Por isso, um modelo dinâmico completo de motocicleta é necessário para estudar o comportamento desse veículo nas frequências geradas pelas auto-excitações dos pneus quando desuniformes. A resposta de uma motocicleta nessas frequências deve ser calculada

levando em conta as deformações e flexibilidade da estrutura traseira e dianteira, porque seus modos de vibrar estão na faixa de frequência dessas auto-excitações (COSSALTER et. al, 2006).

Além das excitações provocadas por irregularidades na pista, Cossalter et. al (2006) ainda ressaltam que existem em veículos de duas rodas outras fontes de excitação como, por exemplo, forças intermitentes do motor e forças aerodinâmicas. As frequências das forças intermitentes do motor se encontram entre 40 e 400 Hz, que pertence à faixa de frequências acústicas. Por outro lado, as forças aerodinâmicas somente são importantes quando o veículo está em alta velocidade.

Na análise vibratória de motocicletas, é comum os autores dividirem os modos de vibrações em dois tipos (COSSALTER, 2006):

- Modos “no-plano”, que englobam a estrutura, a suspensão e o movimento das rodas no plano vertical.
- Modos “fora-do-plano”, que englobam o movimento de rolagem, a guinada, o ângulo de esterço e o deslocamento do guidão.

Os modos “no-plano” se relacionam com o conforto vibracional e com a aderência à pista, enquanto os modos “fora-do-plano” se relacionam com a estabilidade do veículo e com sua pilotagem. Nesse estudo, apenas a dinâmica *in-plane* da motocicleta será analisada.

A Figura 18 mostra os principais modos de vibração de uma motocicleta (COSSALTER, 2006), calculados através de um modelo matemático baseado num sistema massa-mola, similar o qual será utilizado nesse projeto. Percebe-se a presença de quatro principais modos no veículo: modo de movimento vertical da estrutura (*bounce motion*), modo de arfagem (*pitch mode*), modo de movimento vertical da massa traseira não-suspensa (*hop mode of the rear unsprung mass*) e modo de movimento vertical da massa dianteira não-suspensa (*hop mode of the front unsprung mass*).

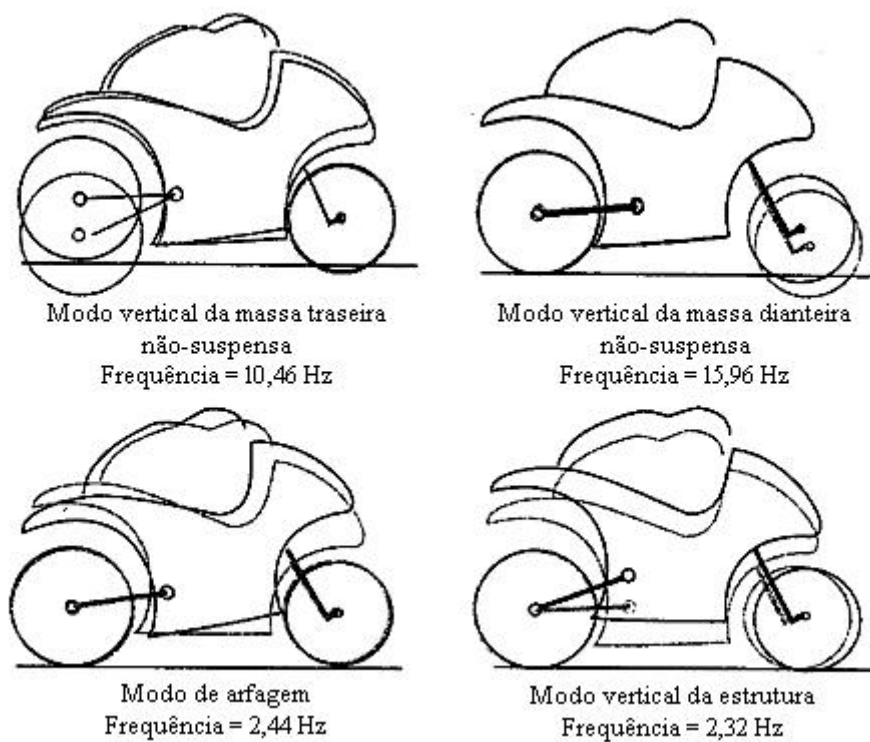


Figura 18 – Modos de vibração “no-plano” de uma motocicleta (COSSALTER, 2006).

4.3. Parâmetros de conforto

Muitas análises de conforto na indústria se baseiam em avaliações subjetivas feitas pelo piloto da motocicleta, que atribui alguma nota referente ao nível de vibração que ele julga ser confortável ou não. No entanto, o nível de vibrações sentidas pelo piloto pode ser tratado de acordo com o tempo de exposição e frequência de excitação.

A norma ISO 2631 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION, 1978) propõe limites de exposição às vibrações transmitidas ao corpo humano na faixa de frequência entre 1 e 80 Hz, podendo ser aplicada para vibrações periódicas e não periódicas. Esses limites são tomados em termos das frequências de vibração, amplitudes da aceleração, tempo de exposição e direção da vibração em relação ao tronco. A Figura 19 mostra os limites de conforto propostos pela norma para a direção vertical.

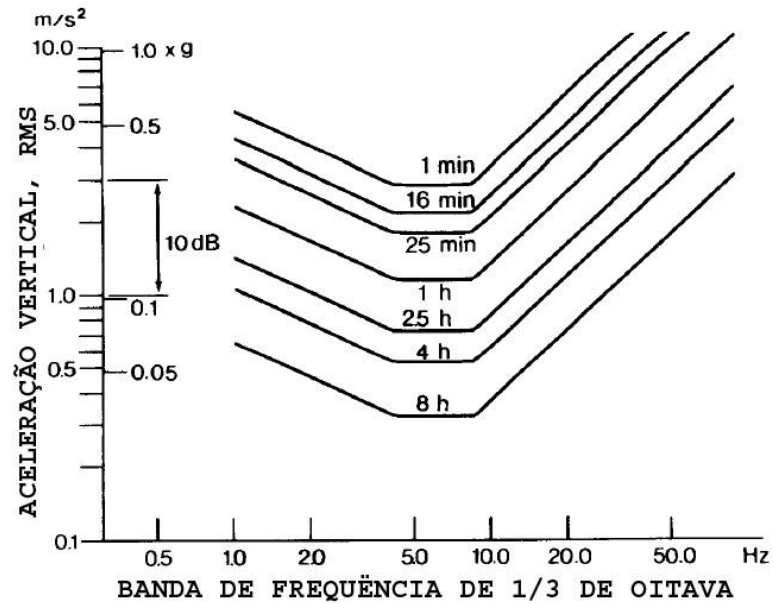


Figura 19 – Limites de vibração na direção vertical para o corpo humano (WONG, 2001).

A análise do conforto se dá através da banda de frequência de 1/3 de oitava do sinal da aceleração medida no assento do condutor do veículo. Os resultados são inseridos no gráfico da Figura 19 e comparados com os limites de proficiência indicados, de forma a prever em que momento a vibração sentida pelo condutor do veículo se torna desconfortável.

5. Dinâmica do conjunto pneu-motocicleta e análise do conforto

Para a análise do conforto na motocicleta, o modelo proposto se baseia num conjunto massa-mola-amortecedor representando as partes do veículo, conforme mostra a Figura 20.

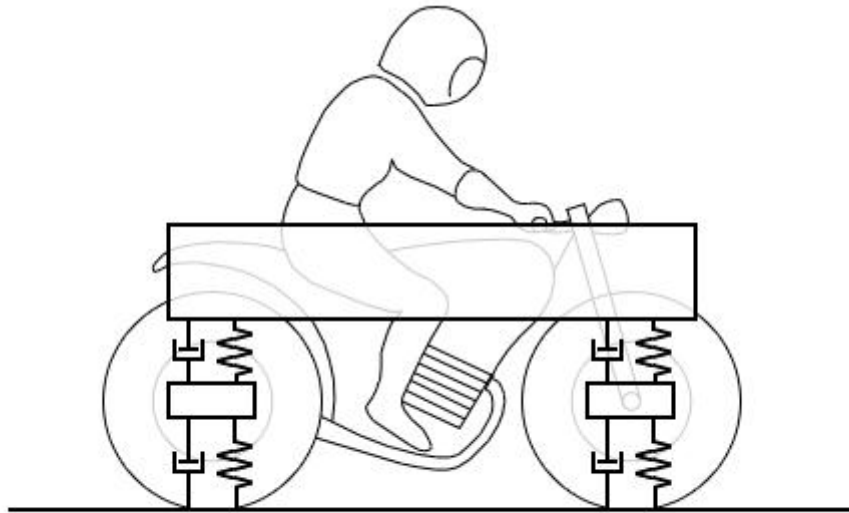


Figura 20 – Diagrama da motocicleta representada por conjuntos massa-mola-amortecedor (adaptado de COSSALTER, 2006).

De acordo com Cossalter (2006), uma motocicleta com suspensão pode ser considerada como um corpo rígido conectado com as rodas através de um sistema elástico (suspensão dianteira e traseira). O corpo rígido é formado pela massa suspensa (*sprung mass*), composta pelo chassi, motor, sistema de direção e piloto, e pela massa não suspensa (*unsprung mass*), composta pelas massas ligadas à roda (pneu, aro etc).

5.1. Modelagem da motocicleta

A modelagem analítica do sistema foi realizada com o auxílio do Matlab® obedecendo as seguintes etapas:

1. Modelagem de um sistema de pneumático massa-mola representando uma

mono-suspensão de um e dois graus de liberdade para auxiliar na compreensão do comportamento do pneu submetido a forças verticais aleatórias.

2. Modelagem do sistema de quarto grau de liberdade da motocicleta baseado em Cossalter (2006), representado pela Figura 21.

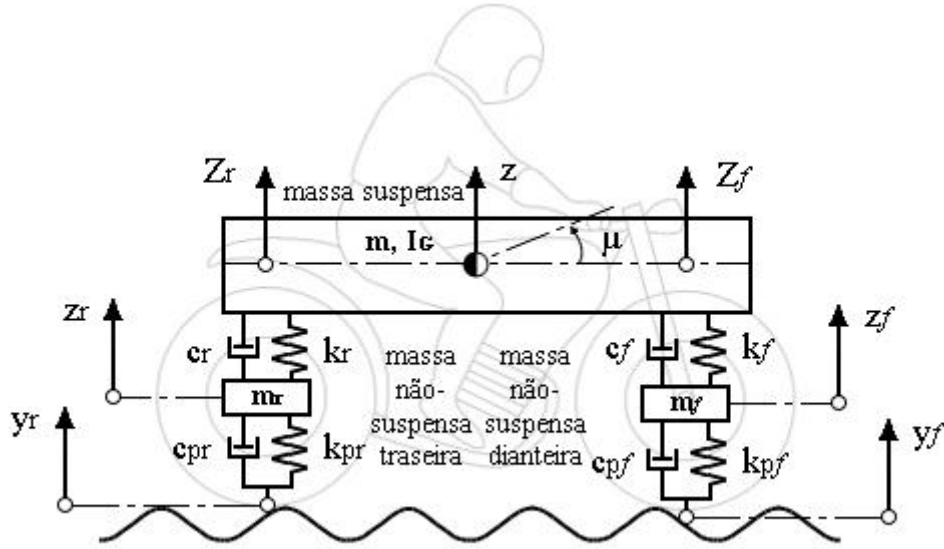


Figura 21 – Modelo de motocicleta excitado por um deslocamento imposto.

Os sistemas de corpos rígidos modelados nesse projeto são dispostos em matrizes de massa, amortecimento e rigidez e organizados em equações de estado em tempo contínuo e invariante para facilitar a integração numérica no Matlab®, através da função “lsim”, conforme mostram as Equações 12 e 13.

$$\{\dot{x}\}_{2n \times 1} = [A]_{2n \times 2n} \{x\}_{2n \times 1} + [B]_{2n \times n} \{u\}_{n \times 1} \quad (12)$$

$$\{q\}_{n \times 1} = [C]_{n \times 2n} \{x\}_{2n \times 1} + [D]_{n \times n} \{u\}_{n \times 1} \quad (13)$$

Onde $\{x\}_{2n \times 1} = \{q_i \quad \dot{q}_i\}^T$, e “ $\{q\}_{n \times 1}$ ” representa os graus de liberdade do sistema, $i = 1, \dots, n$, e “ n ” é o número de graus de liberdade do sistema.

$$\{q\}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} \quad (14)$$

As matrizes de estado A, B, C e D são:

$$[A]_{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} & [I]_{n \times n} \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[B]_{2n \times n} = \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[C]_{n \times 2n} = [[I]_{n \times n} \quad [0]_{n \times n}] \quad (17)$$

$$[D]_{n \times n} = [[0]_{n \times n}] \quad (18)$$

A entrada "u" do sistema é dada pela força de excitação, conforme mostra a Equação 19:

$$\{u\}_{n \times 1} = \{F\}_{n \times 1} \quad (19)$$

5.1.1. Mono-suspensão de um grau de liberdade

O modelo de um grau de liberdade foi implementado, conforme mostra a Figura 22, para representar um sistema de mono-suspensão. A motocicleta avança com uma velocidade constante "V" e a massa do pneu é desconsiderada. Somente o conjunto traseiro da motocicleta é representado.

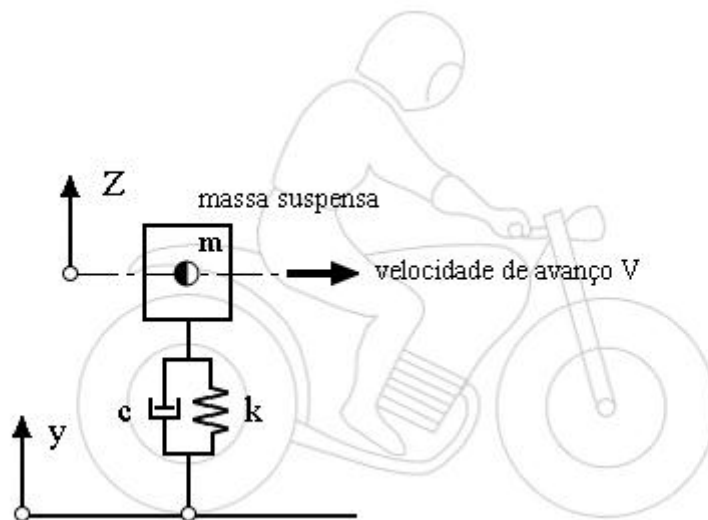


Figura 22 – Modelo mono-suspensão de um grau de liberdade (adaptado de COSSALTER, 2006).

A equação que rege o sistema é:

$$M\ddot{Z} + C\dot{Z} + KZ = C\dot{y} + Ky \quad (20)$$

$$\{q\}_{1 \times 1} = \{Z\}, \quad \{q\}_{1 \times 1}(0) = 0, \quad \{\dot{q}\}_{1 \times 1}(0) = 0 \quad (21)$$

Ou seja, a excitação é dada por:

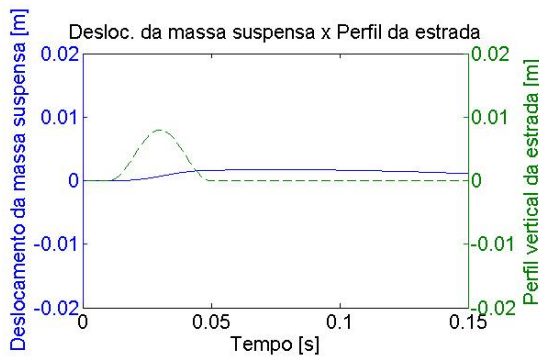
$$\{F\}_{1 \times 1} = \{C\dot{y} + Ky\} \quad (22)$$

Onde "m" representa a massa da motocicleta (massa suspensa), "c" é o amortecimento do sistema, "k" é a rigidez que engloba o sistema e o pneu e "y" é a entrada imposta pela base que representa o solo. Para esse sistema, foram utilizados os seguintes valores, baseados em Cossalter (2006):

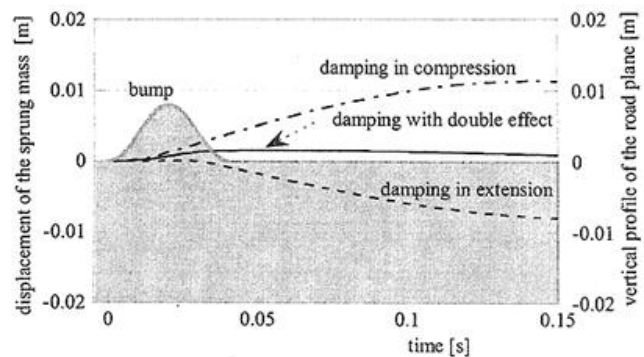
- $M = 140$ kg (massa suspensa);
- $C = 1.200$ N/(m/s) (amortecimento do sistema);
- $K = 24.375$ N/m (rigidez do sistema).

A entrada é uma lombada de 0,008 m de altura e 0,6 m comprimento. Com uma velocidade de 15 m/s, a lombada é atravessada em 0,04 s.

A Figura 23 mostra a passagem da mono-suspensão sobre a lombada e as respostas para deslocamento e aceleração, respectivamente. Já na Figura 24 está indicada a resposta da aceleração do sistema.



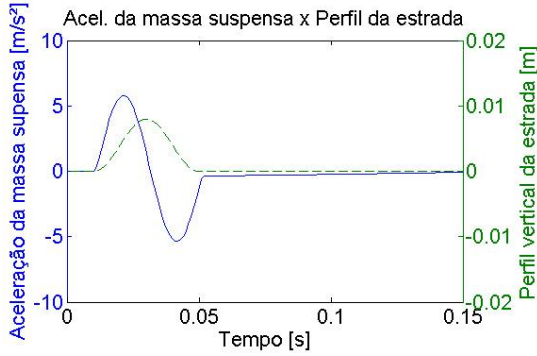
a) Resultados do modelo



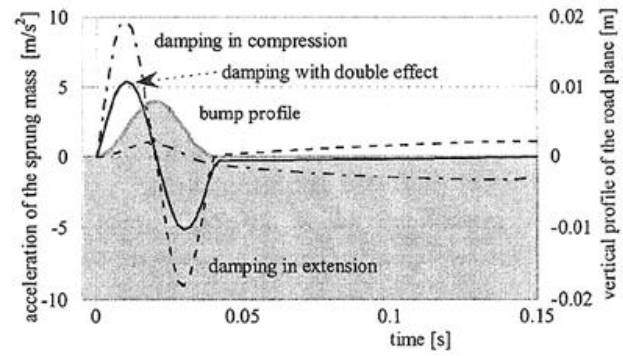
b) Resultados obtidos por Cossalter (2006)

Figura 23 – Evolução do deslocamento sobre a lombada.

A Figura 23a mostra que na configuração indicada a suspensão tem uma atuação relevante, já que o deslocamento da massa é muito menor que o perfil do obstáculo. A curva está de acordo com as mesmas simulações feitas por Cossalter (2006) com parâmetros similares, mostradas na Figura 23b (representada por *damping with double effect*).



a) Resultados do modelo



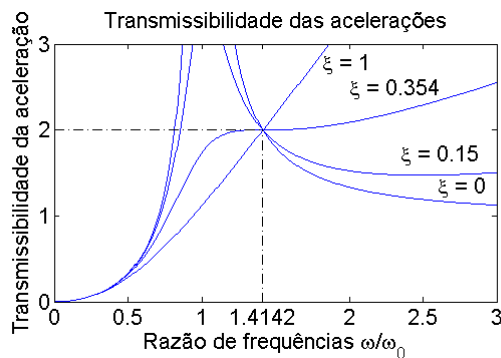
b) Resultados obtidos por Cossalter (2006)

Figura 24 – Evolução da aceleração sobre a lombada.

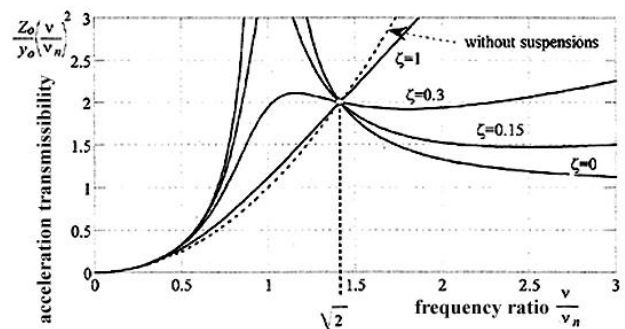
No caso da aceleração, a massa suspensa responde a um módulo de aproximadamente 5 m/s^2 , intensidade a qual muda de sentido por causa da força exercida pela suspensão sobre a massa suspensa, que muda de direção no topo da lombada, característica do amortecimento viscoso. Os resultados obtidos na Figura 24a estão qualitativamente de acordo com a curva representada por *damping with double effect*, na Figura 24b.

Para o estudo do conforto, o gráfico da transmissibilidade da aceleração para uma excitação harmônica no domínio da frequência se torna interessante, já que ela indica as máximas amplitudes possíveis para diferentes faixas de frequência, sendo que o motorista percebe o conforto de acordo com a aceleração sentida em seu corpo. A Equação 23 define a transmissibilidade da aceleração da mono-suspensão para uma excitação harmônica e a Figura 25 mostra a transmissibilidade da aceleração para vários valores da constante de amortecimento ξ .

$$\frac{\ddot{z}_0}{y_0}(\omega) = -\omega^2(-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1}(j\omega C + K) \quad (23)$$



a) Resultados do modelo



b) Resultados obtidos por Cossalter (2006)

Figura 25 – Transmissibilidade de acelerações (\ddot{z}/y_0) em função da razão de frequências.

Quando o valor da transmissibilidade é 2, todas as curvas apresentam uma razão de frequências igual a $\sqrt{2}$ (1,4142), mas com diferentes inclinações nesse ponto. A curva que caracteriza a menor amplitude máxima é aquela à qual sua inclinação em ω/ω_0 (ω_0 nesse caso vale 13,2 rad/s ou 2,1 Hz) é nula, ou seja, é a curva para a qual ξ vale 0,354. No sistema considerado, isso equivale a um "C" de 3.346,6 Ns/m.

Os resultados obtidos estão de acordo com os de Cossalter (2006), mostrados na Figura 25b. Conclui-se que, nesse sistema, a suspensão atua como um filtro que corta as altas frequências e amplifica aquelas próximas a faixa estreita da condição de ressonância.

O conforto em si pode ser obtido reduzindo as frequências naturais da motocicleta. Por exemplo, através da diminuição da rigidez da suspensão com a introdução de molas mais leves e macias. No entanto, deve-se notar que molas muito suaves podem afetar o *trim* da motocicleta (configuração geométrica que a motocicleta adquire em diferentes condições durante movimentos permanentes e transientes), principalmente em rápidas acelerações ou freadas bruscas (COSSALTER, 2006).

5.1.2. Mono-suspensão de dois graus de liberdade

A mono-suspensão também foi implementada para dois graus de liberdade, conforme mostra a Figura 26, com o objetivo de representar a influência da massa não-suspensa. De fato, o modelo de um grau de liberdade não considera a influência do pneu em seu comportamento dinâmico.

Nesse caso, somente a parte traseira da motocicleta é representada, avançado com uma velocidade constante "V".

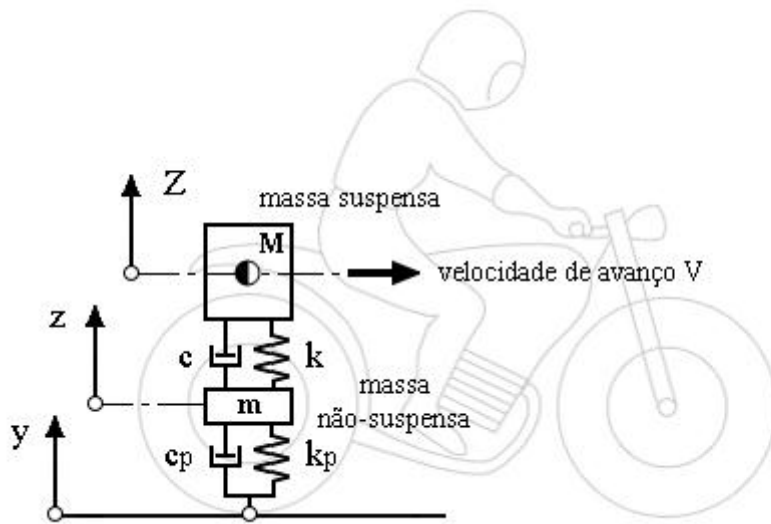


Figura 26 – Modelo mono-suspensão de dois graus de liberdade.

A equação que rege o sistema é:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c + c_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k + k_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ c_p \dot{y} + k_p y \end{Bmatrix} \quad (24)$$

$$\{q\}_{2 \times 1} = \begin{Bmatrix} Z \\ z \end{Bmatrix}, \quad \{q\}_{2 \times 1}(0) = 0, \quad \{\dot{q}\}_{2 \times 1}(0) = 0 \quad (25)$$

A excitação é dada por:

$$\{F\}_{2 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ c_p \dot{y} + k_p y \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Nesse caso, representa-se o pneu e a roda através da massa não-suspensa "m" e da rigidez "k_p", desconsiderando o amortecimento existente no pneumático. A massa suspensa "M" contém os componentes do chassis, motor e piloto. Os parâmetros utilizados foram baseados em Cossalter (2006):

- M = 140 kg (massa suspensa);
- m = 15 kg (massa não-suspensa);
- c = 1.200 N/(m/s) (amortecimento da massa suspensa);
- c_p = 0 N/(m/s) (amortecimento do pneu);
- k = 30.000 N/m (rigidez da massa suspensa);
- k_p = 130.000 N/m (rigidez do pneu).

A entrada é mesma lombada utilizada na mono-suspensão de um grau de liberdade.

A Figura 27 mostra a passagem da mono-suspensão sobre a lombada e as respostas para a aceleração da massa suspensa e a aceleração da massa não-suspensa (pneu), respectivamente.

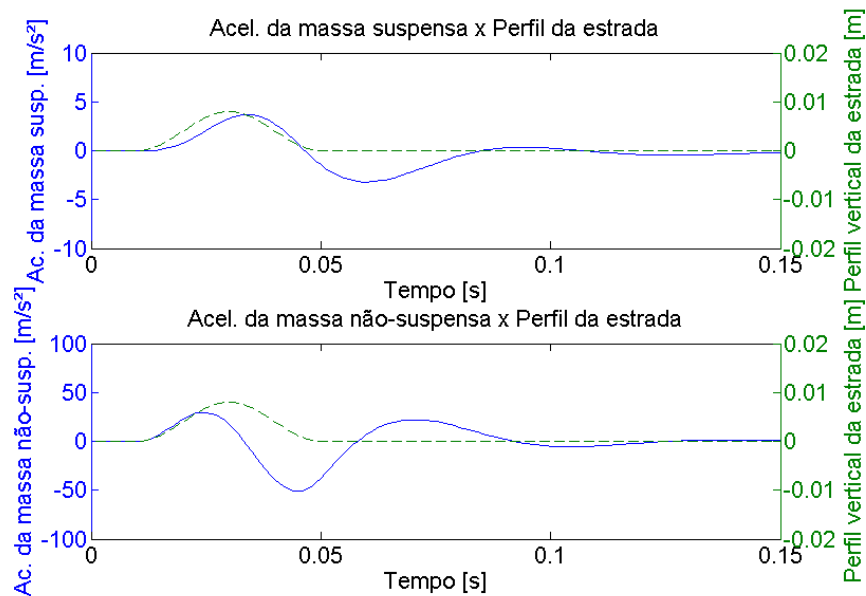


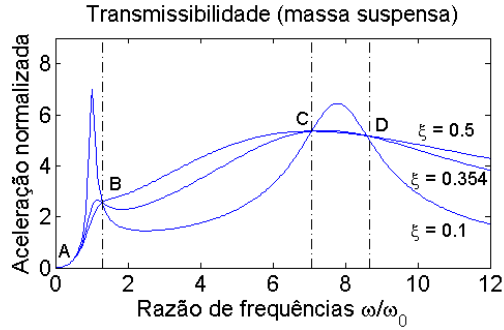
Figura 27 – Acelerações verticais da mono-suspensão excitada por uma lombada.

A aceleração da massa suspensa no modelo de dois graus de liberdade possui uma amplitude máxima menor que a da aceleração da massa suspensa no modelo de um grau de liberdade. A representação do pneumático como uma massa não-suspensa contribui para uma maior dissipação de energia em forma de deslocamento e aceleração, absorvida pelo amortecimento presente na massa suspensa. De fato, o refinamento do modelo com mais graus de liberdade ajuda na melhor distribuição das energias transmitidas durante a simulação do modelo.

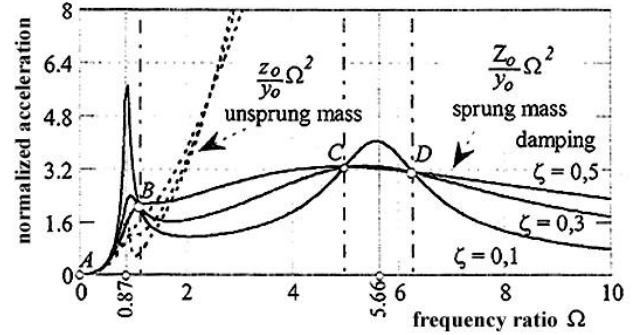
Nesse sistema ainda é importante destacar a presença do primeiro modo, que corresponde aos deslocamentos da massa suspensa e não-suspensa, em fase, com o valor de 2,1 Hz, e o segundo modo, de frequência 16,47 Hz, representando os deslocamentos da massa suspensa e não-suspensa em fase oposta.

A transmissibilidade da aceleração para uma excitação harmônica nesse sistema é dada pela seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{Z} \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{z} \\ \ddot{y}_0 \end{Bmatrix} = -\omega^2 (-\omega^2 \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c + c_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k + k_p \end{bmatrix})^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ (j\omega c_p + k_p) \end{Bmatrix} \quad (27)$$



a) Resultados do modelo



b) Resultados obtidos por Cossalter (2006)

Figura 28 – Transmissibilidade de acelerações (\ddot{Z}/y_0) em função da razão de frequências.

Percebe-se pela Figura 28a que o comportamento das amplitudes das acelerações é o mesmo verificado no modelo de um grau de liberdade. Nas faixas A – B e C – D, a aceleração máxima da massa suspensa diminui com o aumento do fator de amortecimento ξ , enquanto que entre B – C e depois de D, esse aumento provoca um aumento na aceleração da massa suspensa. O valor ótimo do coeficiente de amortecimento é $\xi = 0,354$, que torna a aceleração mínima entre C e D.

A Figura 28b mostra os resultados obtidos por Cossalter (2006) para uma mono-suspensão de dois graus de liberdade. Uma comparação qualitativa entre os dois resultados mostra que o modelo desenvolvido se comporta de maneira similar ao da literatura analisado.

5.1.3. Motocicleta de quatro graus de liberdade

O modelo de quatro graus de liberdade foi implementando. Ele é representado por três corpos rígidos e quatro coordenadas independentes conforme mostra a Figura 29. Encontram-se presentes o deslocamento vertical da massa suspensa "z", a rotação da massa suspensa "μ", o deslocamento vertical da massa não-suspensa traseira "z_r" e o deslocamento vertical da massa não-suspensa dianteira "z_f".

A motocicleta se move com velocidade constante "V".

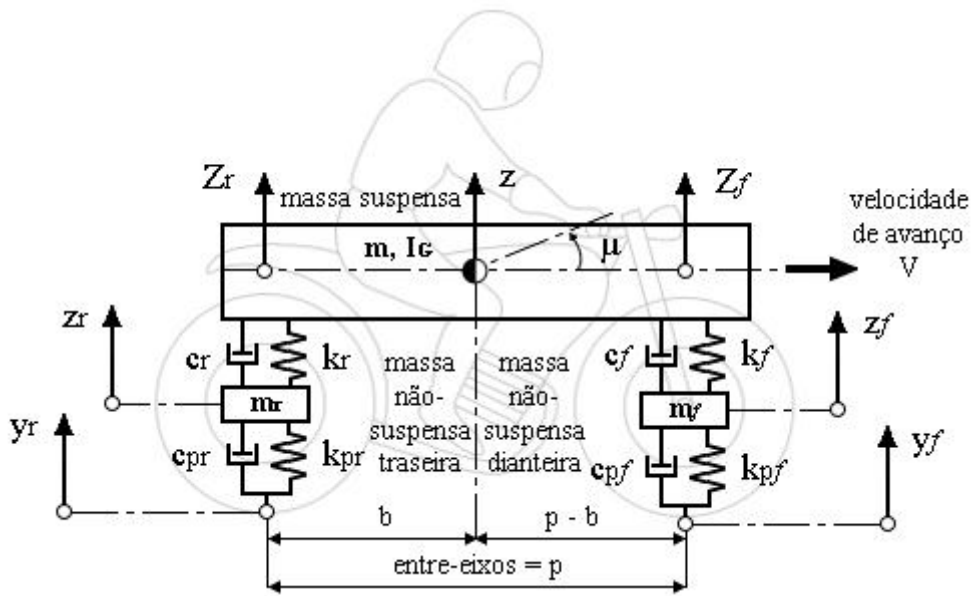


Figura 29 – Modelo de motocicleta de quatro graus de liberdade.

A equação que rege o sistema é:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\mu} \\ \ddot{z}_f \\ \ddot{z}_r \end{Bmatrix} +
 \begin{bmatrix} c_f + c_r & (p-b)c_f - bc_r & -c_f & -c_r \\ (p-b)c_f - bc_r & (p-b)^2c_f + b^2c_r & -(p-b)c_f & bc_r \\ -c_f & -(p-b)c_f & c_f + c_{pf} & 0 \\ -c_r & bc_r & 0 & c_r + c_{pr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\mu} \\ \dot{z}_f \\ \dot{z}_r \end{Bmatrix} +
 \begin{bmatrix} k_f + k_r & (p-b)k_f - bk_r & -k_f & -k_r \\ (p-b)k_f - bk_r & (p-b)^2k_f + b^2k_r & -(p-b)k_f & bk_r \\ -k_f & -(p-b)k_f & k_f + k_{pf} & 0 \\ -k_r & bk_r & 0 & k_r + k_{pr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \mu \\ z_f \\ z_r \end{Bmatrix} =
 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{pf}\dot{y}_f + k_{pf}y_f \\ c_{pr}\dot{y}_r + k_{pr}y_r \end{Bmatrix}
 \quad (28)$$

$$\{q\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} z \\ \mu \\ z_f \\ z_r \end{Bmatrix}, \quad \{q\}_{4 \times 1}(0) = 0, \quad \{\dot{q}\}_{4 \times 1}(0) = 0 \quad (29)$$

A excitação é dada por:

$$\{F\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{pf}\dot{y}_f + k_{pf}y_f \\ c_{pr}\dot{y}_r + k_{pr}y_r \end{Bmatrix} \quad (30)$$

Os pneu traseiro e dianteiro estão representados pelas massas não-suspensas " m_r " e " m_f " e pelas rigidez " k_{pr} " e " k_{pf} ", respectivamente, desconsiderando os amortecimentos existentes em ambos os pneumáticos. A massa suspensa " m " contém os componentes do chassis, motor e piloto. Os parâmetros utilizados foram baseados em Cossalter (2006):

- $m = 200$ kg (massa suspensa);
- $m_r = 18$ kg (massa não-suspensa traseira);
- $m_f = 15$ kg (massa não-suspensa dianteira);
- $c_r = 750$ N/(m/s) (amortecimento da massa suspensa traseira);
- $c_f = 500$ N/(m/s) (amortecimento da massa suspensa dianteira);
- $c_{pr} = c_{pf} = 0$ N/(m/s) (amortecimento do pneu);
- $k_r = 24.000$ N/m (rigidez da massa suspensa traseira);
- $k_f = 15.000$ N/m (rigidez da massa suspensa dianteira);
- $k_{pr} = k_{pf} = 180.000$ N/m (rigidez dos pneus).
- $I_G = 38$ kgm² (momento de inércia da motocicleta);
- $p = 1,4$ m (entre-eixos);
- $b = 0,7$ m.

Esse sistema dinâmico é capaz de representar quatro modos próprios de vibração da motocicleta, conforme discutidos na seção 4.2. Com a ajuda do Matlab®, a Tabela 3 exibe as frequências e modos obtidos.

Tabela 3 – Características modais da motocicleta de quatro graus de liberdade.

Tipo do modo	Frequência natural (Hz)
Vertical (<i>bouce</i>)	2,03
Arfagem (<i>pitching</i>)	3,42
Pneu dianteiro (<i>front hop</i>)	16,98
Pneu traseiro (<i>rear hop</i>)	18,16

Os valores estão de acordo com a ordem de grandeza daqueles encontrados por Cossalter (2006), mostrados na seção 4.2.

O modelo foi excitado por uma lombada e por um perfil de pista. No caso da lombada, a excitação obedece às mesmas características das simulações anteriores, com "V" igual a 15 m/s.

As respostas para as acelerações verticais da massa suspensa e das massas não suspensas no domínio do tempo para a lombada estão representadas na Figura 30.

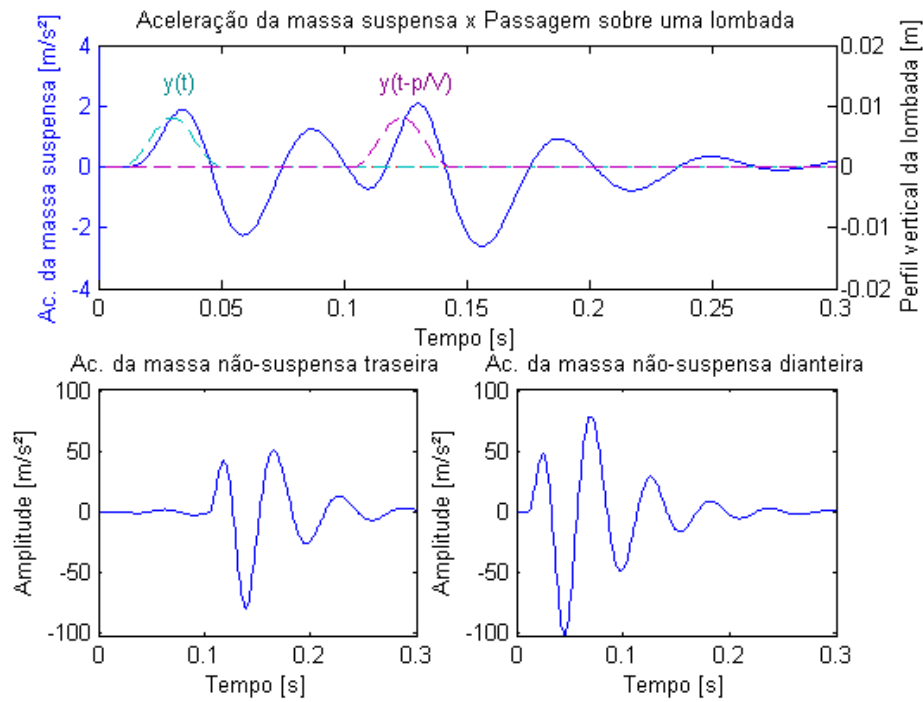


Figura 30 – Respostas das massas suspensas e não-suspensas sobre uma lombada.

Ambas as rodas da motocicleta passam pelo mesmo perfil de excitação $y(t)$, sendo que a excitação na roda traseira é a mesma da roda dianteira, mas com um atraso no tempo, proporcional ao entre-eixos "p" (COSSALTER et al., 2006), de forma que:

$$\begin{Bmatrix} y_f(t) \\ y_r(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y(t) \\ y(t - \frac{p}{V}) \end{Bmatrix} \quad (31)$$

Observa-se, então, na Figura 30 que a massa suspensa traseira responde à excitação com um certo atraso no tempo, da mesma maneira que a resposta da roda dianteira

aparece antes. Além disso, esse sistema é capaz de representar as diferenças existentes entre os sistemas pneumáticos traseiro e dianteiro, característicos de motocicletas.

Resposta ao perfil de pista

Como o interesse nesse projeto é a avaliação do conforto vibracional em motocicletas devido às desuniformidades nos pneus, deve-se primeiramente avaliar o comportamento do modelo excitado por perfis de pista. Por mais macia ou “lisa” que a pista seja, as irregularidades presentes no solo provocam excitações no veículo que são transmitidas aos ocupantes, amenizadas conforme o tipo de sistema de amortecimento presente no conjunto.

A Figura 31 mostra a resposta da motocicleta para uma excitação de perfil de pista “lisa” obtido através da superposição de senos defasados (NGWANGWA et al., 2009).

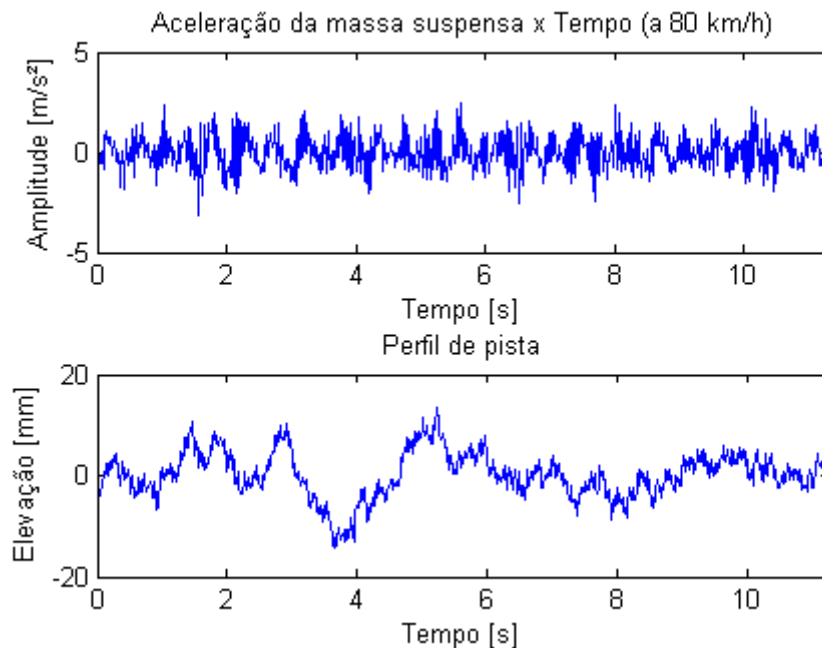


Figura 31 – Perfil de pista e resposta da motocicleta.

Função de Resposta em Frequência “no plano”

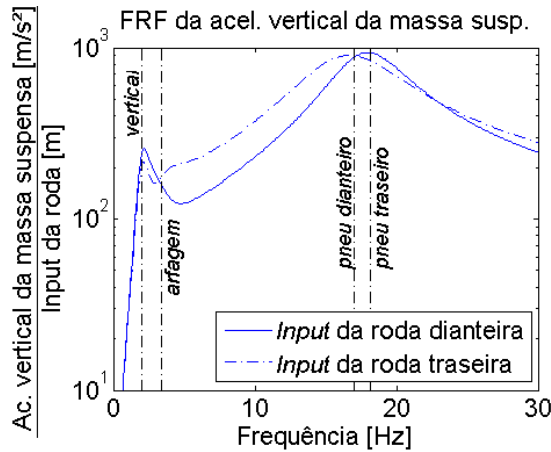
A função de transferência traseira e dianteira da motocicleta é a relação entre a amplitude da aceleração vertical (*bounce*) ou arfagem (*pitch*) pelo deslocamento do ponto de contato das rodas em relação à frequência (COSSALTER, 2006). As Figuras 32 e 33 mostram as duas FRFs encontradas através das Equações 32 e 33 para as acelerações vertical e de

arfagem, estando de acordo com as FRFs encontradas por Cossalter (2006), mostradas nas mesmas figuras.

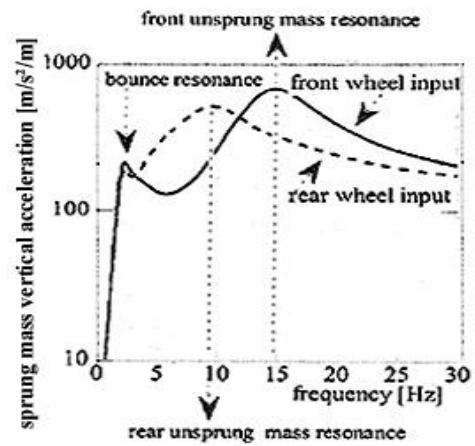
$$H(\omega) = \begin{bmatrix} H_{\ddot{z},y_f} & H_{\ddot{z},y_r} \\ H_{\ddot{u},y_f} & H_{\ddot{u},y_r} \\ H_{\ddot{z}_f,y_f} & H_{\ddot{z}_f,y_r} \\ H_{\ddot{z}_r,y_f} & H_{\ddot{z}_r,y_r} \end{bmatrix} = -\omega^2(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])^{-1}(i\omega[C^*] + [K^*]) \quad (32)$$

Onde:

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ c_{pf} & 0 \\ 0 & c_{pr} \end{bmatrix} \text{ e } [K^*] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_{pf} & 0 \\ 0 & k_{pr} \end{bmatrix} \quad (33)$$



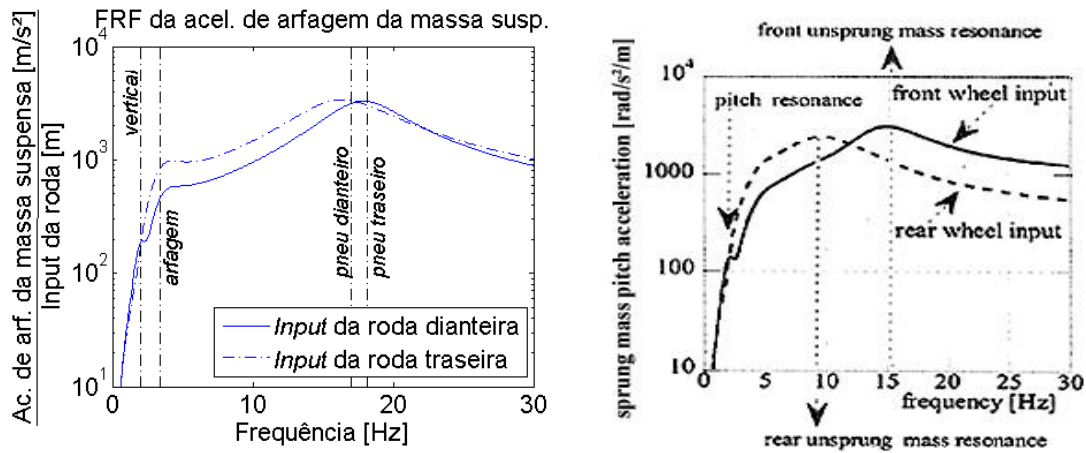
a) Calculado através da Equação 23



b) Cossalter (2006)

Figura 32 – Comparação entre as FRFs da aceleração vertical da massa suspensa.

As frequências próximas ao modo vertical possuem amplitudes maiores com seus picos realçados, justamente pelo fato da resposta aqui analisada ser em relação à aceleração vertical da massa suspensa. Também percebe-se as ressonâncias dos pneus traseiros e dianteiros entre 16 e 18 Hz, com as amplitudes decaindo após essa faixa de frequências.



a) Calculado através da Equação 23

b) Cossalter (2006)

Figura 33 – Comparação entre as FRFs da aceleração de arfagem da massa suspensa.

Na resposta em relação ao modo de arfagem, a ressonância da arfagem possui um pico mais acentuado que a da vertical e também nota-se a presença das ressonâncias dos dois pneus como na análise anterior. As frequências naturais da motocicleta para o caso analisado encontram-se na Tabela 3, previamente discutida.

5.2. Modelagem do pneu com desuniformidade

As variações no processo de fabricação previamente comentados podem provocar variações de rigidez, de massa ou de geometria na estrutura do pneu. A combinação de diferentes desuniformidades e suas respectivas “fases” contribuem para a variação de força no eixo no qual a roda é acoplada (DORFI, 2005). A Figura 34 mostra como esses três tipos de desuniformidades podem ser simplificadaamente representadas em um modelo de pneu analítico.

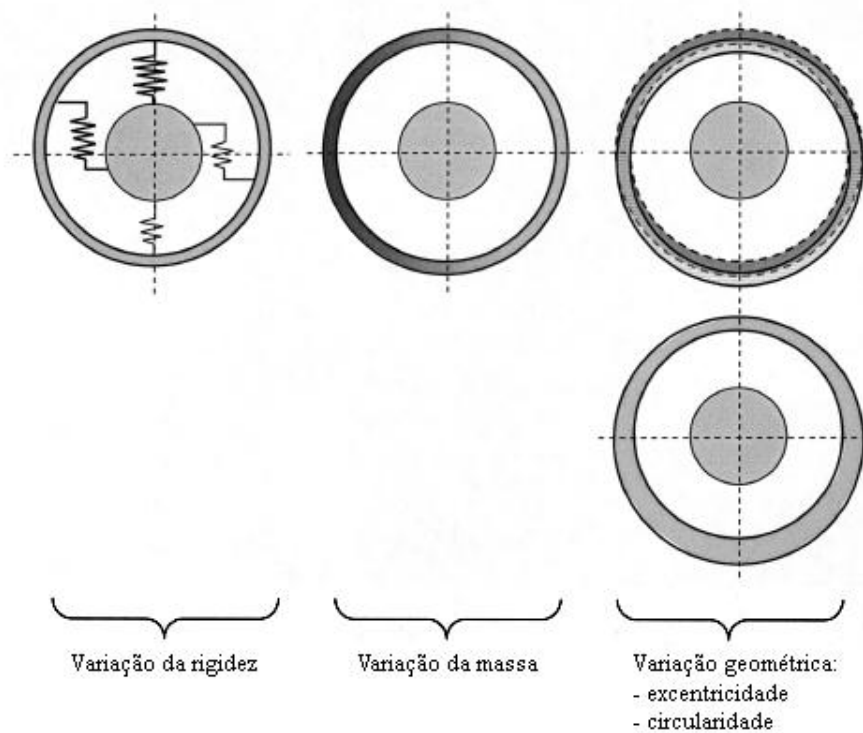


Figura 34 – Representação esquemática dos principais tipos de desuniformidades do pneu (DORFI, 2005).

5.2.1. Massa concentrada

Dillinger (2005) propôs uma série de modelos com diferentes níveis de complexidade que incluem desuniformidades referentes à variação da rigidez, massa concentrada, excentricidade radial e parâmetros como escorregamento do pneu e histerese da parede da banda de rodagem. O modelo a ser analisado é formado por um anel rígido conectado a um disco através de molas e amortecedores nas direções radial, tangencial e torcional e inclui uma massa pontual no anel, conforme mostra a Figura 35. O anel rígido representa o pneu, enquanto que o disco representa a roda. As molas representam as rigidezes da parede lateral do pneu e a rigidez causada pela pressão interna do pneu. Uma mola entre o anel rígido e o anteparo é colocada para representar o contato entre o pneu e a pista. Além disso, não há escorregamento entre o pneu e o solo e a roda gira livremente.

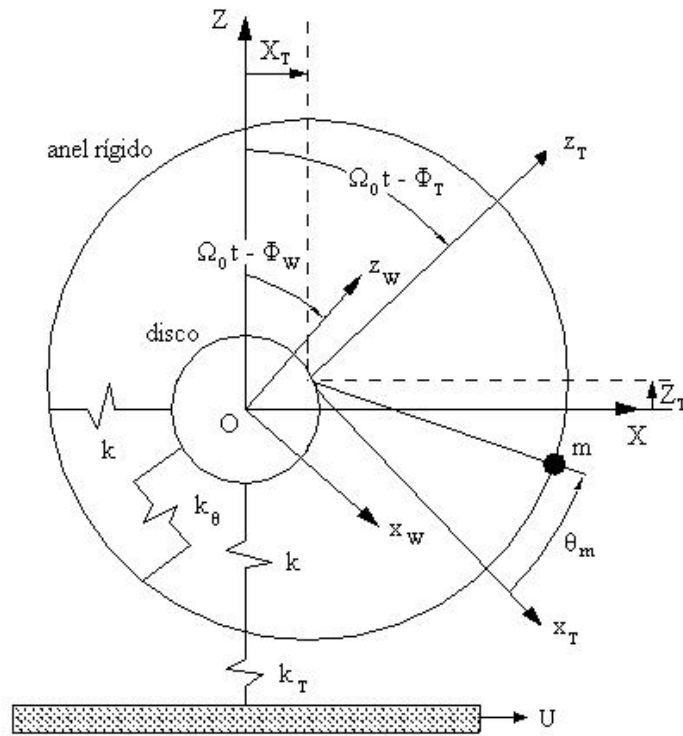


Figura 35 – Modelo de anel rígido com massa concentrada (adaptado de Dillinger (2005)).

Esse modelo é capaz de exibir um modo próprio radial e dois torcionais. A modelagem do comportamento vibratório é essencial quando as forças geradas pelas desuniformidades dos pneus são estudadas, pois a transmissão de vibrações em um sistema responde de acordo com suas características estruturais.

O sistema global de coordenada XYZ localiza-se no centro do disco. O sistema de coordenadas $x_T y_T z_T$ tem sua origem geométrica no centro do anel que representa a banda e translada e gira com o anel rígido. Por fim, o sistema $x_W y_W z_W$ localiza-se no centro da roda e gira com a roda.

Para formular as equações do sistema, recorre-se às Equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_n} = Q_n \quad (34)$$

Onde:

$$L = T - V \quad (35)$$

"T" é a energia cinética do sistema, representada pela soma das Equações 36 à 38, "V" é a energia potencial, representada pela soma das Equações 39 à 42, e "F" é a energia

dissipada pelo sistema, indicada pela soma das Equações 43 à 46. "Q_n" representa o vetor de excitações externas do sistema, onde "n" é o número de graus de liberdade.

As equações energéticas podem ser escritas como:

Energia cinética:

- Energia cinética do anel:

$$T_R = \frac{1}{2} \left[m_T (\dot{X}_T^2 + \dot{Z}_T^2) + I_T (\Omega_0 - \dot{\Phi}_T)^2 \right] \quad (36)$$

- Energia cinética da massa concentrada:

$$T_M = \frac{1}{2} m (\vec{v}_m \cdot \vec{v}_m) \quad (37)$$

- Energia cinética angular da roda:

$$T_W = \frac{1}{2} I_W (\Omega_0 - \dot{\Phi}_W)^2 \quad (38)$$

Energia potencial:

- Energia potencial torcional da parede lateral do pneu:

$$V_T = \frac{1}{2} k_\theta (\Phi_W - \Phi_T)^2 \quad (39)$$

- Energia potencial longitudinal da parede lateral do pneu:

$$V_L = \frac{1}{2} k X_T^2 \quad (40)$$

- Energia potencial radial da parede lateral do pneu:

$$V_R = \frac{1}{2} k Z_T^2 \quad (41)$$

- Energia potencial da banda de rodagem na direção Z:

$$V_{TZ} = \frac{1}{2} k_T Z_T^2 \quad (42)$$

Energia dissipada:

- Dissipação de energia na direção torcional:

$$F_T = \frac{1}{2} c_\theta (\dot{\Phi}_H - \dot{\Phi}_T)^2 \quad (43)$$

- Dissipação de energia na direção longitudinal:

$$F_L = \frac{1}{2} c \dot{X}_T^2 \quad (44)$$

- Dissipação de energia na direção radial:

$$F_R = \frac{1}{2} c \dot{Z}_T^2 \quad (45)$$

- Dissipação de energia da banda de rodagem na direção Z:

$$F_{TZ} = \frac{1}{2} c_T \dot{Z}_T^2 \quad (46)$$

Na formulação da estrutura, " I_T " é o momento de inércia do anel rígido, " m_T " é sua massa, " m " é a massa concentrada, " \vec{v}_M " é a velocidade instantânea do ponto " m ", local onde se localiza a massa concentrada, " I_W " é o momento de inércia de rotação da roda, " Ω_0 " é a velocidade angular da roda de raio " R ", dada por " $\Omega_0 = U/R$ ", " Φ_W " é o deslocamento angular da roda, " Φ_T " é o deslocamento angular do pneu, " k_θ " e " c_θ " são, respectivamente, a rigidez torcional da parede lateral do pneu e o amortecimento torcional da parede lateral, " k " e " c " são, respectivamente, a rigidez longitudinal/radial e o amortecimento longitudinal/radial do pneu, " X_T " e " Z_T " são, respectivamente, os deslocamento tangencial e radial do centro de massa do anel e " k_T " e " c_T " são a rigidez da banda de rodagem em contato com o solo e o amortecedor do contato, respectivamente.

As relações matemáticas que completam o sistema são dadas por:

- Velocidade da massa concentrada:

$$\vec{v}_m = [\dot{X}_T + R\Omega \cos(\Omega_0 t + \theta_m) \quad \dot{Z}_T + R\Omega \sin(\Omega_0 t + \theta_m) \quad 0]^T \quad (47)$$

- Velocidade angular do sistema de coordenadas $x_T y_T z_T$:

$$\vec{\Omega} = -(\Omega_0 - \dot{X}_T/R)\hat{k} \quad (48)$$

Além disso, considerando que não há escorregamento do pneu, $\phi_T = X/R$ e, com isso, as coordenadas generalizadas do sistema se tornam: $q = [\Phi_W \quad \Phi_T \quad Z_T]^T$.

Usando a Equação 34, o sistema pode ser escrito matricialmente e resolvido por algum método de integração numérica:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I_W & 0 & 0 \\ 0 & 2I_T + 2mR^2[1 - \cos(\Omega_0 t + \theta_m)] & -mR \sin(\Omega_0 t + \theta_m) \\ 0 & -mR \sin(\Omega_0 t + \theta_m) & M_T + m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Phi}_W \\ \ddot{\Phi}_T \\ \ddot{Z}_T \end{Bmatrix} \\ & + \\ & \begin{bmatrix} c_\theta & -c_\theta & 0 \\ -c_\theta & 2mR^2\Omega_0 \sin(\Omega_0 t + \theta_m) + c_\theta + cR^2 & -mR\Omega_0 \cos(\Omega_0 t + \theta_m) \\ 0 & -mR\Omega_0 \cos(\Omega_0 t + \theta_m) & c + c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Phi}_W \\ \dot{\Phi}_T \\ \dot{Z}_T \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} k_\theta & -k_\theta & 0 \\ -k_\theta & k_\theta + kR^2 & 0 \\ 0 & 0 & k + k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_W \\ \Phi_T \\ Z_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ mR^2\Omega_0^2 \sin(\Omega_0 t + \theta_m) \\ -mR\Omega_0^2 \cos(\Omega_0 t + \theta_m) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (49)$$

Percebe-se que a massa concentrada influencia os parâmetros de amortecimento e de inércia do sistema, além de estar presente na forma de excitação harmônica. Trata-se, portanto, de um sistema não-linear.

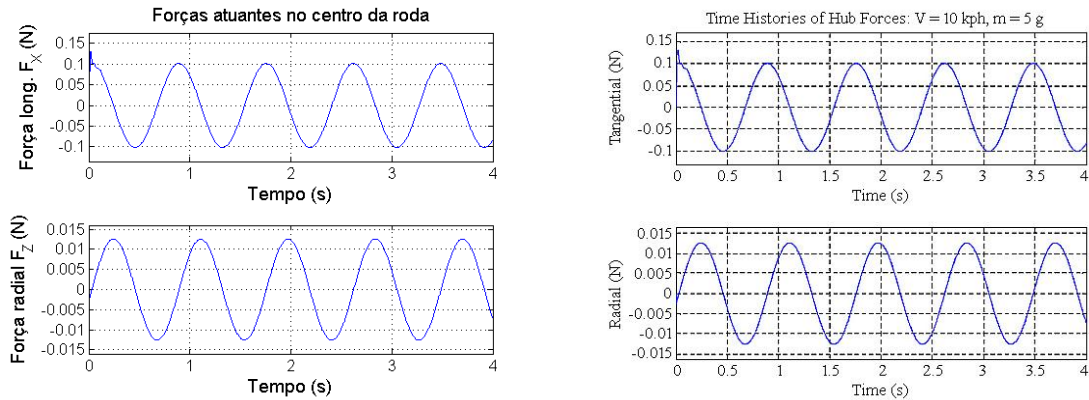
Nesse trabalho, foi examinado o modelo com uma massa concentrada de 5 g, variando a velocidade "U" de 10 a 140 km/h, com o intuito de estudar a variação das forças atuantes no eixo da roda.

As forças tangencial e radial foram avaliadas, de acordo com as Equações propostas por Stutts et al. (1991).

$$F_X = kR\Phi_T + cR\dot{\Phi}_T \quad (50)$$

$$F_Z = kZ_T + c\dot{Z}_T \quad (51)$$

A Figura 36 mostra as simulação feitas com o modelo desenvolvido comparadas com os resultados da literatura. Foram analisadas a força longitudinal (ou tangencial) e radial atuantes no centro da roda.



a) Modelo simulado

b) Referência (DILLINGER, 2005)

Figura 36 – Forças tangencial e radial para 10 km/h e massa concentrada de 5 g.

5.2.2. Excentricidade

Para a análise da variação da geometria no pneu, é importante ressaltar que ambas as variações rigidez, excentricidade e circularidade pertencem a classe de desuniformidade com variação geométrica. Variação de rigidez pode ser causada por emendas de rodagem e sobreposição de cordas (DORFI, 2005). Ainda de acordo com Dorfi (2005), o pneu atua como uma mola na direção radial. Essa “mola” pode variar tanto em rigidez (“variação de rigidez”) quanto em comprimento (“variação geométrica”). Nesse modelo, a rigidez e geometria são consideradas desacopladas e somente a excentricidade e a circularidade são avaliados para simplificar a análise matemática.

O modelo proposto se baseia no trabalho de Stutts et al. (1991). Nessa representação, o pneu gira com uma excentricidade, isto é, existe uma diferença entre o centro geométrico do pneu e seu centro de rotação. A Figura 37 mostra a representação da excentricidade no estudo do pneu.

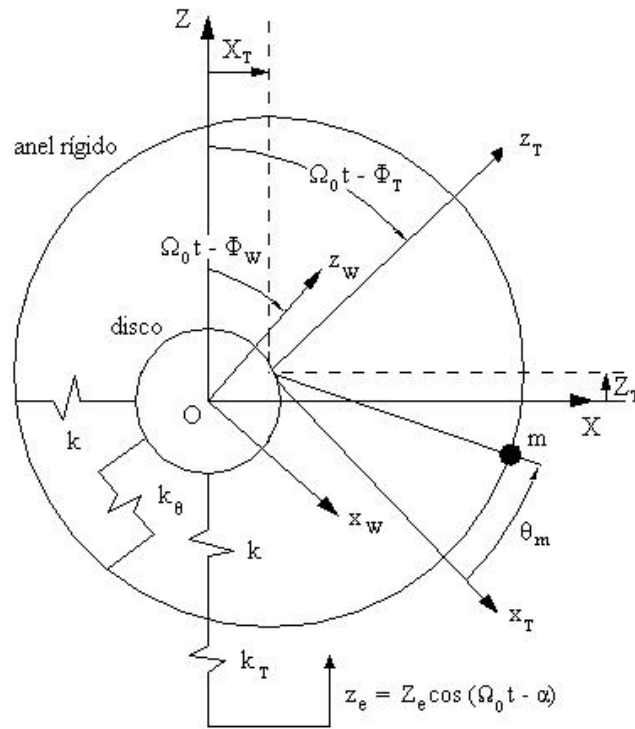


Figura 37 – Modelo de anel rígido com excentricidade (adaptado de Dillinger (2005)).

A modelagem matemática da excentricidade ocorre em termos de um deslocamento relativo, que representa a variação da altura do centro da roda causada pelo giro fora do eixo, conforme mostra a Equação 52.

$$z_e = Z_e \cos(\Omega_0 t - \alpha) \quad (52)$$

Essa representação muda a energia potencial e a energia de dissipação da banda de rodagem, indicadas pelas Equações 42 e 46, respectivamente. Com isso, pode-se incluir um deslocamento relativo causado pela excentricidade nessas equações, de forma que:

$$V_{TZ} = \frac{1}{2} k_T (Z_T - z_e)^2 \quad (53)$$

$$F_{TZ} = \frac{1}{2} c_T (\dot{Z}_T - \dot{z}_e)^2 \quad (54)$$

Com isso, uma nova equação matricial do sistema é obtida, baseada em Stutts et al. (1991):

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} I_W & 0 & 0 \\ 0 & 2I_T & 0 \\ 0 & 0 & M_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Phi}_W \\ \ddot{\Phi}_T \\ \ddot{Z}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\theta & -c_\theta & 0 \\ -c_\theta & c_\theta + cR^2 & 0 \\ 0 & -mR\Omega_0 \cos(\Omega_0 t + \theta_m) & c + c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Phi}_W \\ \dot{\Phi}_T \\ \dot{Z}_T \end{Bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} k_\theta & -k_\theta & 0 \\ -k_\theta & k_\theta + kR^2 & 0 \\ 0 & 0 & k + k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_W \\ \Phi_T \\ Z_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_T Z_e + c_T \dot{Z}_e \end{bmatrix} \quad (55)
 \end{aligned}$$

5.2.3. Circularidade

Um outro tipo de desuniformidade geométrica, muito similar ao efeito de excentricidade, é a circularidade do pneu. Nessa representação, baseada em Deodhar (2005), o pneu possui uma forma de elipse, conforme mostra a Figura 38. O pneu possui um semieixo "a", um semieixo "b" e um raio "r'" variando em função de " $\Omega_0 t$ ".

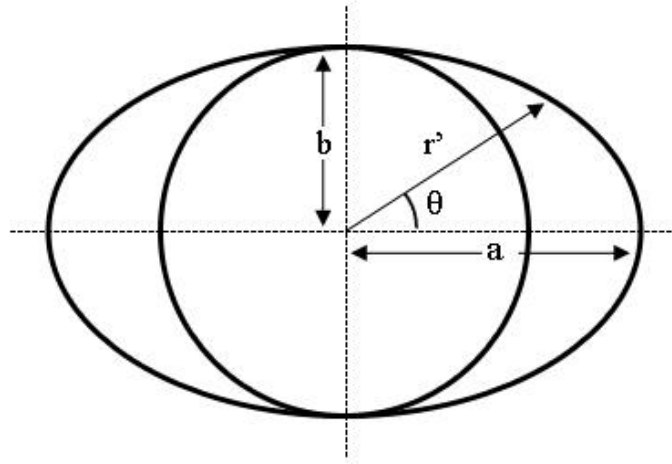


Figura 38 – Representação da circularidade.

A equação de uma elipse pode ser expressa em coordenadas polares r' e θ' , de forma que:

$$r' = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{b^2 \cos^2 \theta' + a^2 \sin^2 \theta'}} \quad (56)$$

Considerando que um pneu uniforme seja um círculo de raio $r = b$, a variação do raio do pneu pode ser expressa como:

$$\Delta\rho = r' - r = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{b^2 \cos^2 \theta' + a^2 \sin^2 \theta'}} - b \quad (57)$$

Deodhar (2005), baseado em Kenny (1989), sugere que a força total devida à excentricidade pode ser quantificada como a soma da força radial e a força de desbalanceamento centrífugo gerada pela própria excentricidade:

$$F = k\Delta\rho + M\Delta\rho\omega^2 \quad (58)$$

No caso, "k" é a rigidez do pneu, " $\Delta\rho$ " é a variação do raio do pneu, "M" é a massa total do conjunto pneu-roda (massa do disco rígido e massa do anel rígido) e ω é a velocidade angular da roda.

Verificando a variação do raio " $\Delta\rho$ " em função do ângulo " θ ", percebe-se um comportamento senoidal de segundo harmônico, já que são observados dois picos numa rotação de 360 graus, conforme mostra a Figura 39, obtida por Deodhar (2005) através da Equação 57.

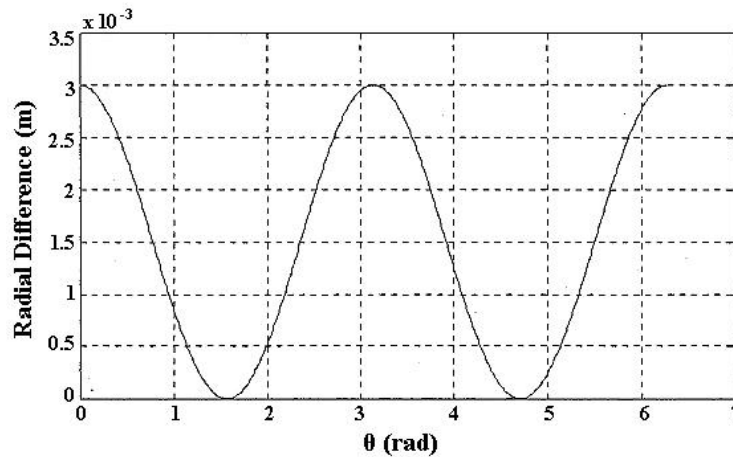


Figura 39 – Diferença radial para uma revolução (DEODHAR, 2005).

A adaptação dessa representação no modelo proposto por Dillinger (2005) consiste em fazer um ajuste na modelagem da energia potencial da banda de rodagem e na sua dissipação de energia. Tomando as Equações 42 e 46, podemos incluir um deslocamento imposto causado pela variação do raio do pneu devido à excentricidade, de forma que:

$$V_{TZ} = \frac{1}{2} k_T (Z_T - \Delta\rho)^2 \quad (59)$$

$$F_{TZ} = \frac{1}{2} c_T (\dot{Z}_T - \dot{\Delta\rho})^2 \quad (60)$$

Com a presença da excentricidade, uma nova equação matricial é obtida:

$$\begin{bmatrix} I_W & 0 & 0 \\ 0 & 2I_T & 0 \\ 0 & 0 & M_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Phi}_W \\ \ddot{\Phi}_T \\ \ddot{Z}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\theta & -c_\theta & 0 \\ -c_\theta & cR^2 + c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & c + c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Phi}_W \\ \dot{\Phi}_T \\ \dot{Z}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & -k_\theta & 0 \\ -k_\theta & kR^2 + k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k + k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_W \\ \Phi_T \\ Z_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_T \Delta\rho + c_T \dot{\Delta\rho} \end{bmatrix} \quad (61)$$

Percebe-se a influência da excentricidade como uma excitação externa ao sistema referente ao grau de liberdade do deslocamento vertical " Z_T " da banda de rodagem. No caso, a variação do raio nominal " $\Delta\rho$ " ditará o comportamento dessa excitação. A Figura 40 mostra o espectro da resposta do pneu para a força vertical " F_Z " para as mesmas configurações no sistema do item anterior.

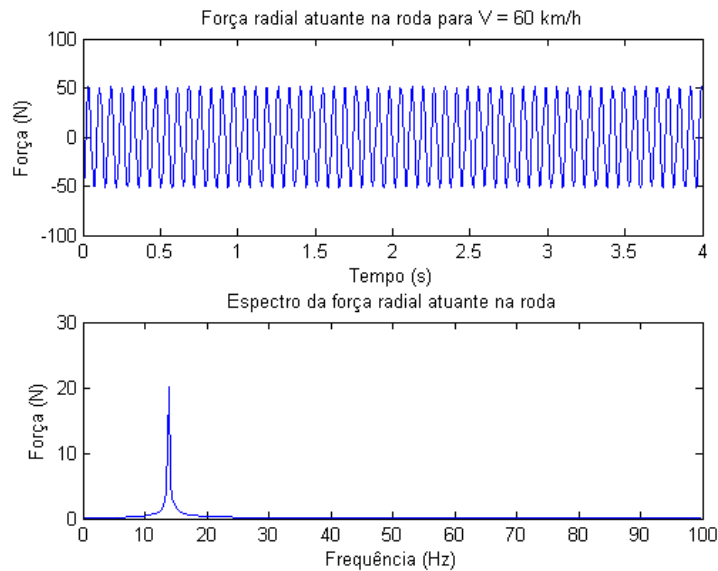


Figura 40 – Força radial devido à circularidade.

Nota-se que, na configuração indicada, a força radial possui uma frequência de aproximadamente 14 Hz para uma velocidade angular de 6,94 Hz ($f = (V/R)/(2\pi)$). Trata-se, portanto, de uma excitação de segundo harmônico.

5.3. Modelagem do conjunto pneu-motocicleta

O modelo analítico de motocicleta é desenvolvido para estudar como as desuniformidades dos pneus influenciam as vibrações transmitidas aos ocupantes do veículo. Para isso, os modelos de motocicleta e pneu previamente estudados são unidos para originar um modelo de corpos rígidos mais complexo, capaz exibir uma maior quantidade de frequências naturais e modos próprios de vibração. A correta modelagem do comportamento vibratório do conjunto é crucial quando as auto excitações geradas pelas desuniformidades dos pneus são estudadas, pois a transmissão das forças e da vibração afeta a resposta do sistema de acordo com suas características estruturais.

5.3.1. Motocicleta de dez graus de liberdade

O modelo proposto se baseia em Cossalter (2006) e corresponde à união dos modelos de motocicleta e pneu desenvolvidos, mostrado na Figura 41.

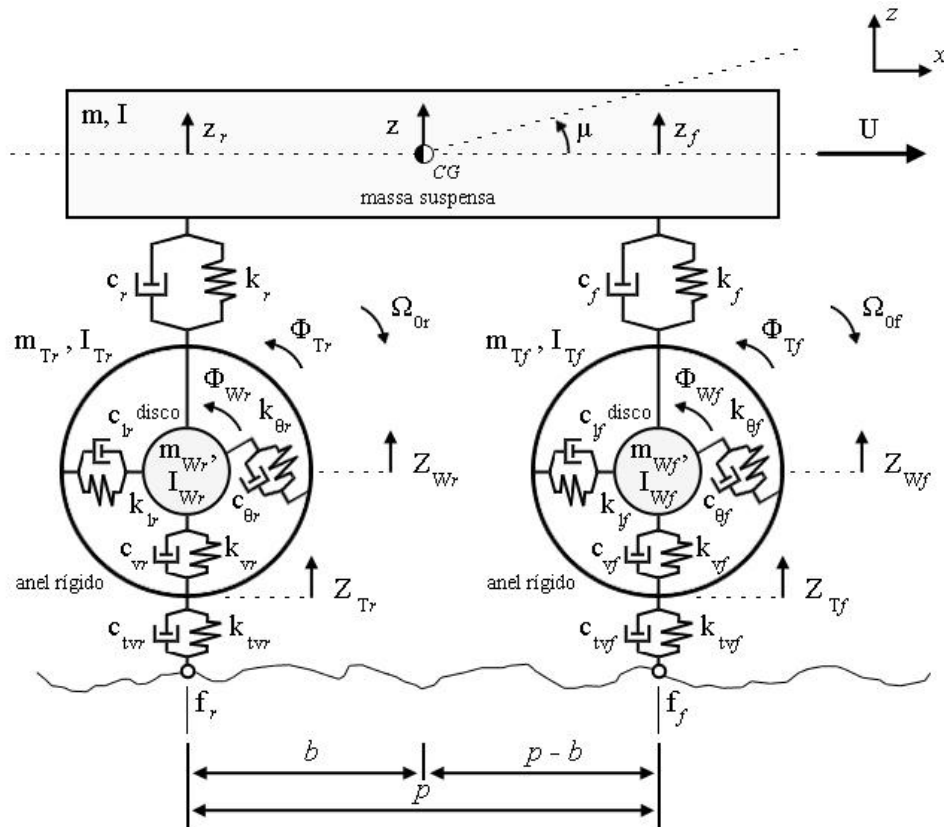


Figura 41 – Modelo analítico de motocicleta de dez graus de liberdade.

Uma massa suspensa é conectada com dois discos através de duas molas e dois amortecedores, que representam as suspensões traseira e dianteira, respectivamente. Cada disco representa uma roda da motocicleta e é conectado com um anel rígido através de duas molas radiais e uma mola torcional. Essas molas reproduzem a rigidez da parede lateral do pneu e a rigidez causada pela pressão interna do pneu nas direções radial e angular. Uma mola vertical é colocada entre cada anel rígido e a estrada para representar a rigidez da banda de rodagem, em contato com o solo. Amortecedores, colocados em paralelo com cada mola, representam a respectiva dissipação de energia do sistema em cada caso.

Algumas simplificações precisam ser tomadas. Todas as coordenadas do sistema são independentes. A massa suspensa tem apenas dois graus de liberdade, "z" e "μ". Cada conjunto roda-pneu possui quatro graus de liberdade, " Φ_{Wi} ", " Φ_{Ti} ", " Z_{Wi} " e " Z_{Ti} ", onde " $i = r, f$ ". Com isso, o modelo geral possui dez graus de liberdade. Baseado em Dillinger (2005), a massa da parede lateral dos pneus é nula, as molas são lineares e não há escorregamento entre os pneus e a pista. Além disso, as rodas giram livremente.

O veículo se move com velocidade "U". O pneu traseiro gira com uma velocidade angular " $\Omega_{0r} = U/R_r$ ", enquanto que o pneu dianteiro gira com " $\Omega_{0f} = U/R_f$ ". " R_r " e " R_f " são, respectivamente, os raios dos pneus traseiro e dianteiro.

As equações de energia podem ser escritas como:

Energia cinética "T", soma das Equações 62 à 65:

- Energia cinética do pneu traseiro:

$$T_1 = \frac{1}{2} I_{Tr} (\Omega_{0r} - \dot{\Phi}_{Tr})^2 + \frac{1}{2} m_{Tr} \dot{Z}_{Tr}^2 + \frac{1}{2} m_{Tr} (\dot{\Phi}_{Tr} R_r)^2 \quad (62)$$

- Energia cinética do pneu dianteiro:

$$T_2 = \frac{1}{2} I_{Tf} (\Omega_{0f} - \dot{\Phi}_{Tf})^2 + \frac{1}{2} m_{Tf} \dot{Z}_{Tf}^2 + \frac{1}{2} m_{Tf} (\dot{\Phi}_{Tf} R_f)^2 \quad (63)$$

- Energia cinética da roda traseira:

$$T_3 = \frac{1}{2} I_{Wr} (\Omega_{0r} - \dot{\Phi}_{Wr})^2 + \frac{1}{2} m_{Wr} \dot{Z}_{Wr}^2 \quad (64)$$

- Energia cinética da roda dianteira:

$$T_4 = \frac{1}{2} I_{W_f} (\Omega_{0_f} - \dot{\Phi}_{W_f})^2 + \frac{1}{2} m_{W_f} \dot{Z}_{W_f}^2 \quad (65)$$

Energia cinética "V", soma das Equações 66 à 68:

- Energia potencial da roda e do pneu traseiros:

$$V_1 = \frac{1}{2} k_{tvr} Z_{Tr}^2 + \frac{1}{2} k_{vr} (Z_{Wr} - Z_{Tr})^2 + \frac{1}{2} k_{lr} (\Phi_{Tr} R_r)^2 + \frac{1}{2} k_{\theta r} (\Phi_{Wr} - \Phi_{Tr})^2 \quad (66)$$

- Energia potencial da roda e do pneu dianteiros:

$$V_2 = \frac{1}{2} k_{tvf} Z_{Tf}^2 + \frac{1}{2} k_{vf} (Z_{Wf} - Z_{Tf})^2 + \frac{1}{2} k_{lf} (\Phi_{Tf} R_f)^2 + \frac{1}{2} k_{\theta f} (\Phi_{Wf} - \Phi_{Tf})^2 \quad (67)$$

- Energia potencial das suspensões dianteira e traseira:

$$V_3 = \frac{1}{2} k_r (z - b\mu - Z_{Wr} - Z_{Tr})^2 + \frac{1}{2} k_f (z - (p - b)\mu - Z_{Wf} - Z_{Tf})^2 \quad (68)$$

Energia dissipada "F", soma das Equações 69 à 71:

- Energia dissipada da roda e do pneu traseiros:

$$F_1 = \frac{1}{2} c_{tvr} \dot{Z}_{Tr}^2 + \frac{1}{2} c_{vr} (\dot{Z}_{Wr} - \dot{Z}_{Tr})^2 + \frac{1}{2} c_{lr} (\dot{\Phi}_{Tr} R_r)^2 + \frac{1}{2} c_{\theta r} (\dot{\Phi}_{Wr} - \dot{\Phi}_{Tr})^2 \quad (69)$$

- Energia dissipada da roda e do pneu dianteiros:

$$F_2 = \frac{1}{2} c_{tvf} \dot{Z}_{Tf}^2 + \frac{1}{2} c_{vf} (\dot{Z}_{Wf} - \dot{Z}_{Tf})^2 + \frac{1}{2} c_{lf} (\dot{\Phi}_{Tf} R_f)^2 + \frac{1}{2} c_{\theta f} (\dot{\Phi}_{Wf} - \dot{\Phi}_{Tf})^2 \quad (70)$$

- Energia dissipada das suspensões dianteira e traseira:

$$F_3 = \frac{1}{2} c_r (\dot{z} - b\dot{\mu} - \dot{Z}_{Wr} - \dot{Z}_{Tr})^2 + \frac{1}{2} c_f (\dot{z} - (p - b)\dot{\mu} - \dot{Z}_{Wf} - \dot{Z}_{Tf})^2 \quad (71)$$

Na formulação da energia cinética do veículo, " I_{Tr} " e " I_{Tf} " são os momento de inércia dos anéis rígidos, " I_{Wr} " e " I_{Wf} " são os momento de inércia dos discos, " m_{Tr} " e " m_{Tf} " são as massas dos anéis rígidos, " m_{Wr} " e " m_{Wf} " são as massas dos discos, " I " é o momento de inércia da motocicleta e " m " é a massa suspensa. Os termos " $(\Omega_{0_i} - \dot{\Phi}_{T_i})$ " e " $(\Omega_{0_i} -$

$\dot{\Phi}_{W_i}$)" representam as velocidades angulares dos anéis rígidos e dos discos, respectivamente, onde "i = r, f".

Para a energia potencial, os termos " k_{tvr} " e " k_{tvf} " representam as rigidezes verticais da banda de rodagem dos pneus, " k_{vr} " e " k_{vf} " são as rigidezes verticais dos pneus, " k_{lr} " e " k_{lf} " são as rigidezes longitudinais dos pneus, e " $k_{\theta r}$ " e " $k_{\theta f}$ " representam as rigidezes torcionais dos pneus. Finalmente, " k_r " e " k_f " são as rigidezes da suspensão traseira e dianteira, respectivamente. O parâmetro "p" representa o entre-eixo da motocicleta, enquanto que "b" é a distância entre o ponto de contato da roda traseira e o centro de gravidade (CG) da motocicleta.

No caso da energia dissipada, os termos " c_{tvr} " e " c_{tvf} " representam os amortecimentos verticais da banda de rodagem dos pneus, " c_{vr} " e " c_{vf} " são os amortecimentos verticais dos pneus, " c_{lr} " e " c_{lf} " são os amortecimentos longitudinais dos pneus, e " $c_{\theta r}$ " e " $c_{\theta f}$ " representam os amortecimentos torcionais dos pneus. Por fim, " c_r " e " c_f " são os amortecimentos da suspensão traseira e dianteira, respectivamente.

Aplicando a formulação de Lagrange, introduzida na Equação 34, a representação matemática do sistema torna-se:

$$[M]_{10 \times 10} \{\ddot{q}\}_{10 \times 1} + [C]_{10 \times 10} \{\dot{q}\}_{10 \times 1} + [K]_{10 \times 10} \{q\}_{10 \times 1} = \{Q\}_{10 \times 1} \quad (72)$$

Onde:

$$[M]_{10 \times 10} = \begin{bmatrix} I_{Wr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{Wr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{Tr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{Wf} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Wf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Tf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$M_{22} = m_{Tr} R_r^2 + I_{Tr}$$

$$M_{66} = m_{Tf} R_f^2 + I_{Tf}$$

$$[C]_{10 \times 10} = \begin{bmatrix} c_{\theta r} & c_{\theta r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{\theta r} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & bc_r \\ 0 & 0 & C_{43} & C_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & bc_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\theta f} & c_{\theta f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{\theta f} & C_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{77} & C_{78} & -c_f & C_{710} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{87} & C_{88} & -c_f & C_{810} \\ 0 & 0 & -c_r & -c_r & 0 & 0 & -c_f & -c_f & C_{99} & C_{910} \\ 0 & 0 & bc_r & bc_r & 0 & 0 & C_{107} & C_{108} & C_{109} & C_{1010} \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$C_{22} = c_{lr} R_r^2 + c_{\theta r}$$

$$C_{33} = c_r + c_{vr}$$

$$C_{34} = C_{43} = c_r - c_{vr}$$

$$C_{66} = c_{lf} R_f^2 + c_{\theta f}$$

$$C_{77} = c_f + c_{vf}$$

$$C_{78} = C_{87} = c_f - c_{vf}$$

$$C_{710} = C_{107} = C_{810} = C_{108} = c_f(b - p)$$

$$C_{99} = c_f + c_r$$

$$C_{910} = C_{109} = c_f(b - p) + bc_r$$

$$C_{1010} = (b - p)^2 c_f + b^2 c_r$$

$$[K]_{10 \times 10} = \begin{bmatrix} k_{\theta r} & k_{\theta r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{\theta r} & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & bk_r \\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & bk_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta f} & k_{\theta f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta f} & K_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{77} & K_{78} & -k_f & K_{710} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{87} & K_{88} & -k_f & K_{810} \\ 0 & 0 & -k_r & -k_r & 0 & 0 & -k_f & -k_f & K_{99} & K_{910} \\ 0 & 0 & bk_r & bk_r & 0 & 0 & K_{107} & K_{108} & K_{109} & K_{1010} \end{bmatrix} \quad (75)$$

$$K_{22} = k_{lr} R_r^2 + k_{\theta r}$$

$$K_{33} = k_r + k_{vr}$$

$$K_{34} = K_{43} = k_r - k_{vr}$$

$$K_{66} = k_{lf} R_f^2 + k_{\theta f}$$

$$K_{77} = k_f + k_{vf}$$

$$K_{78} = K_{87} = k_f - k_{vf}$$

$$K_{710} = K_{107} = K_{810} = K_{108} = k_f(b - p)$$

$$K_{99} = k_f + k_r$$

$$K_{910} = K_{109} = k_f(b - p) + bk_r$$

$$K_{1010} = (b - p)^2 k_f + b^2 k_r$$

$$\{q\}_{10 \times 1} = \{\Phi_{Wr} \quad \Phi_{Tr} \quad Z_{Wr} \quad Z_{Tr} \quad \Phi_{Wf} \quad \Phi_{Tf} \quad Z_{Wf} \quad Z_{Tf} \quad z \quad \mu\}^T \quad (76)$$

A Equação 72 é uma equação diferencial linear de segunda ordem, onde o vetor " $\{Q\}_{10 \times 1}$ " representa a excitação imposta no sistema (nesse caso, nula). As desuniformidades dos pneus são inseridas em cada conjunto roda-pneu e representadas matematicamente como uma excitação externa.

Massa concentrada

A modelagem da massa concentrada na motocicleta é similar àquela apresentada no modelo de pneu desuniforme, conforme mostra a Figura 42. O modelo matemático para a motocicleta se baseia em Dillinger (2005) e Stutts et al. (1991).

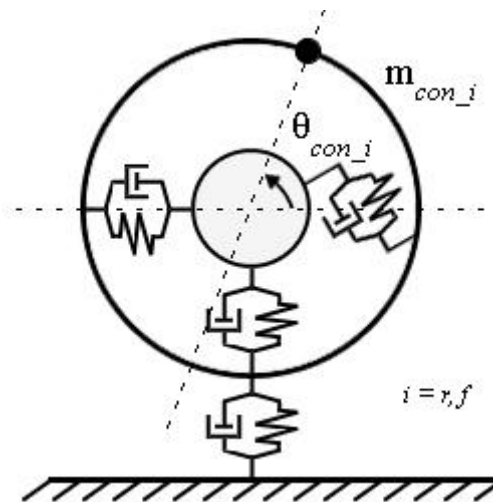


Figure 42 – Modelo do conjunto roda-pneu para massa concentrada.

A Figura 42 mostra a representação da roda e do pneu da motocicleta separadamente para facilitar a compreensão do modelo de massa concentrada. Matematicamente, o fenômeno é descrito pela Equação 77.

$$\{Q\}_{10 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ m_{con_r} R_r^2 \Omega_{0r}^2 \sin(\Omega_{0r} t + \theta_{con_r}) \\ 0 \\ -m_{con_r} R_r \Omega_{0r}^2 \cos(\Omega_{0r} t + \theta_{con_r}) \\ 0 \\ m_{con_f} R_f^2 \Omega_{0f}^2 \sin(\Omega_{0f} t + \theta_{con_f}) \\ 0 \\ -m_{con_f} R_f \Omega_{0f}^2 \cos(\Omega_{0f} t + \theta_{con_f}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (77)$$

Nessa representação, " m_{con_r} " e " m_{con_f} " são as massas concentradas nos pneus traseiro e dianteiro, respectivamente, e " θ_{con_r} " e " θ_{con_f} " são as posições angulares das massas nos pneus traseiro e dianteiro, respectivamente.

Excentricidade

A inserção da desuniformidade de excentricidade de pneu na motocicleta se apoia no modelo previamente desenvolvido para pneu e que se baseia no trabalho de Stutts et al. (1991).

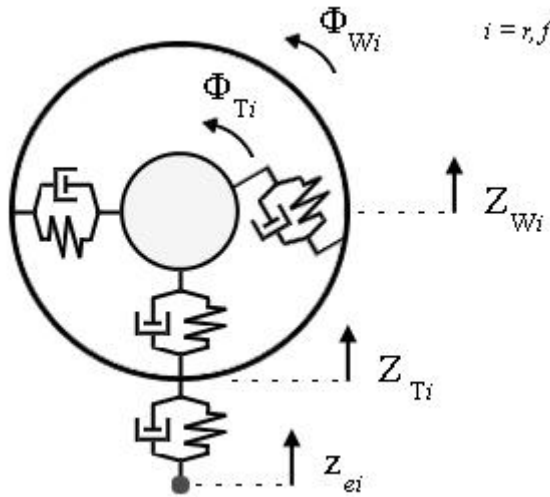


Figure 43 – Modelo do conjunto roda-pneu para excentricidade.

Essa representação modifica a energia potencial e dissipada da banda de rodagem dos pneus traseiro e dianteiro, de forma que o vetor " $\{Q\}_{10 \times 1}$ " se torna:

$$\{Q\}_{10 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{tvr} z_{er} + c_{tvr} \dot{z}_{er} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{tvf} z_{ef} + c_{tvf} \dot{z}_{ef} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (78)$$

Onde, para " $i = r, f$ ",

$$z_{ei} = Z_{ei} \cos(\Omega_{0i} t - \alpha_i) \quad (79)$$

Circularidade

Enfim, a última desuniformidade de pneu estudada na motocicleta é aquela desenvolvida anteriormente para o modelo roda-pneu, baseado em Deodhar (2005) e Kenny (1989), conforme mostra a Figura 44.

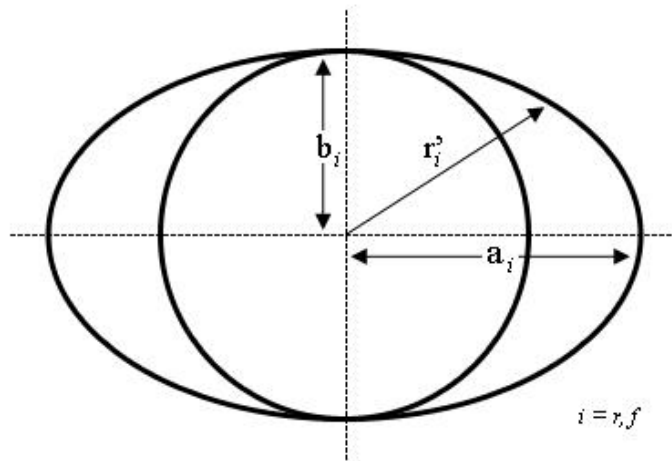


Figure 44 – Modelagem da circularidade no pneu para a motocicleta.

A inserção dessa desuniformidade no modelo da motocicleta se dá também pela modificação do vetor " $\{Q\}_{10 \times 1}$ ", de forma que:

$$\{Q\}_{10 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{vr}\Delta R_r + m_{Tr}\Delta R_r\Omega_{0r}^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{vf}\Delta R_f + m_{Tf}\Delta R_f\Omega_{0f}^2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (80)$$

Onde, para " $i = r, f$ ",

$$\Delta R_i = \sqrt{\frac{a_i^2 b_i^2}{b_i^2 \cos^2(\Omega_{0i} t) + a_i^2 \sin^2(\Omega_{0i} t)}} - b_i \quad (81)$$

5.3.2. Propriedades físicas da motocicleta e dos pneus

O modelo analítico de motocicleta desse projeto é baseado em uma motocicleta fornecida para testes por um fabricante de pneus. O pneu dianteiro é um 130/80 - 17 M/C 65S Tourance, acoplado ao aro 2,75 x 17", e o pneu traseiro é um 90/90 - 21M/C 54V TL MT90 Front A/T, acoplado ao aro 1,85 x 21". Ambos os pneus são diagonais.

Os parâmetros físicos dos pneus e rodas foram obtidos pelo fabricante de pneus que deu suporte a esse projeto e estão mostrados na Tabela 4. Os amortecedores não foram considerados, já que são necessárias outras tipos de simulações e testes que demandam tempo. Os momentos de inércia de massa dos anéis rígidos são os momentos de inércia de massa dos pneus, obtidos através de simulações no Abaqus®. Os momentos de inércia dos discos são os momentos de inércia das rodas, obtidos através de modelagem em CAD. A rigidez torcional foi obtida com a ajuda do Abaqus®, medindo o deslocamento angular da parede lateral de cada pneu após a aplicação de um momento, conforme mostra a Figura 45. A rigidez radial equivalente " k_{eqi} " foi medida pressionando o pneu contra o solo com uma pré-carga, também mostrada na Figura 45. Devido à dificuldade para determinar a rigidez vertical da banda de rodagem " k_{tvi} " (onde " $i = r, f$ "), ela foi aproximada para 1.500.000 N/m, baseado nos valores utilizados por Dillinger (2005) em seu trabalho. As rigidezes radiais " k_{vi} " e " k_{li} " foram

determinadas considerando que " k_{eqi} " é a rigidez equivalente de " k_{vi} " e " k_{tvi} " dispostos em série, mostrado na Figura 41 e na Equação 82, onde " $i = r, f$ ":

$$k_{eqi} = \frac{k_{vi} k_{tvi}}{k_{vi} + k_{tvi}} \quad (82)$$

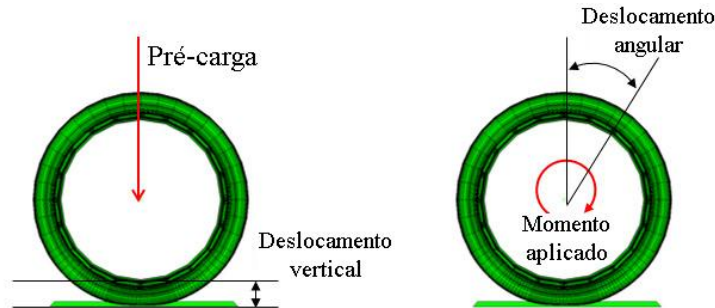


Figure 45 – Determinação da rigidez vertical equivalente e torcional.

Tabela 4 – Parâmetros físicos dos pneus da motocicleta.

Parâmetro	Pneu traseiro	Pneu dianteiro
Momento de inércia de massa do disco, I_{Wi}	0,2063 kg.m ²	0,2679 kg.m ²
Momento de inércia de massa do anel, I_{Ti}	0,593 kg.m ²	0,491 kg.m ²
Massa do disco, m_{Wi}	7,5 kg	6,5 kg
Massa do anel rígido, m_{Ti}	6,1 kg	4,29 kg
Raio do anel rígido, R_i	0,3249 m	0,3513 m
Rigidez torcional do pneu, $k_{\theta i}$	11.785 N/m	13.657 N/m
Rigidez radial equivalente do pneu, k_{eqi}	127.000 N/m	122.000 N/m
Rigidez da banda de rodagem do pneu, k_{tvi}	1.500.000 N/m	1.500.000 N/m
Rigidez vertical do pneu, k_{vi}	138.750 N/m	132.800 N/m
Rigidez longitudinal do pneu do, k_{li}	138.750 N/m	132.800 N/m

O fabricante também forneceu alguns parâmetros físicos da motocicleta, como a massa da motocicleta mais o piloto, " M ", e as cargas nas rodas em condições estáticas, " N_{Sr} " e " N_{Sf} " (considerando o piloto em cima da motocicleta). Os valores de rigidez e amortecimento das suspensões foram baseados em Cossalter (2006).

A distância longitudinal " b " foi obtida de acordo com a seguinte equação:

$$b = \frac{N_{Sf} p}{M} = p - \frac{N_{Sr} p}{M} \quad (83)$$

A massa suspensa " m " é definida como a massa dos componentes acima da suspensão, das rodas e dos pneus. Portanto, ela engloba os componentes do chassi, sistema de direção, motor e o piloto, e pode expressa como:

$$m = M - (m_{Wr} + m_{Tr} + m_{Wf} + m_{Tf}) \quad (84)$$

Por fim, o momento de inércia de massa da motocicleta incluindo o piloto é calculada multiplicando a massa do piloto, " m_{rd} ", pelo raio de giração de arfagem aproximado do piloto, " r_{rd} ", mais a massa suspensa, " m ", multiplicada pelo raio de giração de arfagem aproximado da motocicleta, " r_m ":

$$I = m_{rd}r_{rd}^2 + mr_m^2 \quad (85)$$

De acordo com Cossalter (2006), o raio de giração de arfagem da motocicleta vale entre 0,45 e 0,55 m e do piloto, entre 0,23 e 0,28 m.

A Tabela 5 mostra os valores dos parâmetros da motocicleta usados no modelo.

Tabela 5 – Parâmetros físicos da motocicleta.

Parâmetro	Valor
Massa da motocicleta + piloto, M	257 kg
Massa da massa suspensa, m	232,61 kg
Momento de inércia de massa da motocicleta, I	53,593 kg.m ²
Entre-eixos, p	1,505 m
Distância longitudinal, b	0,62345 m
Carga na roda traseira, N_{Sr}	149 kg
Carga na roda dianteira, N_{Sf}	108 kg
Rigidez da suspensão traseira, k_r	24.000 N/m
Rigidez da suspensão dianteira, k_f	15.000 N/m
Amortecimento da suspensão traseira, c_r	750 N.s/m
Amortecimento da suspensão dianteira, c_f	500 N.s/m

5.3.3. Resposta às autoexcitações do pneu

O modelo analítico de motocicleta foi desenvolvido no Matlab®. A Tabela 6 mostra as frequências naturais e a descrição dos modos do veículo. A análise modal é importante para prever o comportamento vibratório do veículo em condições de ressonância. Uma vez que as excitações devido às desuniformidades são predominantemente harmônicas, existem algumas faixas de frequências onde o conforto vibracional pode ser afetado devido a amplificações de amplitudes de resposta.

Tabela 6 – Frequências naturais e descrição dos modos próprios da motocicleta.

Modo	Valor	Descrição
1°	1,87 Hz	Deslocamento vertical da massa suspensa (<i>bounce</i>)
2°	2,67 Hz	Arfagem da massa suspensa (<i>pitch</i>)
3°	15,80 Hz	Torção da roda e pneu traseiros (em fase)
4°	17,40 Hz	Torção da roda e pneu dianteiros (em fase)
5°	22,85 Hz	Deslocamento vertical da roda traseira
6°	23,28 Hz	Deslocamento vertical da roda dianteira
7°	41,64 Hz	Torção da roda e pneu traseiros (em fase oposta)
8°	41,70 Hz	Torção da roda e pneu dianteiros (em fase oposta)
9°	83,27 Hz	Deslocamento vertical do pneu traseiro
10°	98,81 Hz	Deslocamento vertical do pneu dianteiro

A influência das desuniformidades dos pneus no conforto vibracional na motocicleta foram avaliadas para as velocidades de 50, 80 e 120 km/h (velocidades típicas de um veículo em cidades, avenidas e estradas), analisando a aceleração vertical no domínio do tempo da massa suspensa, "z". É importante focar na análise da aceleração devido à sensibilidade do corpo humano à aceleração, uma vez que ela se relaciona com as forças atuantes no sistema.

As acelerações da massa suspensa são mostradas nas Figuras 46 a 48. As desuniformidades foram inseridas no pneu dianteiro, conforme segue:

- Massa concentrada: $m_{con_f} = 100$ e 200 g, mostrada na Figura 46;
- Excentricidade: $z_{ef} = 1$ e 2 mm, mostrada na Figura 47;
- Circularidade: $a_f = 353,06$ mm ($1,005R_f$), $b_f = 351,3$ mm (R_f) e $a_f = 354,81$ mm ($1,01R_f$), $b_f = 351,3$ mm (R_f), mostrada na Figura 48.

Os valores da massa concentrada foram escolhidos com base nos testes planejados pelo fabricante de pneus, com o intuito de obter amplitudes de vibração significativas para facilitar a análise do conforto. No caso da excentricidade e circularidade, os valores selecionados estão na faixa de tolerâncias de desuniformidade de pneu na indústria.

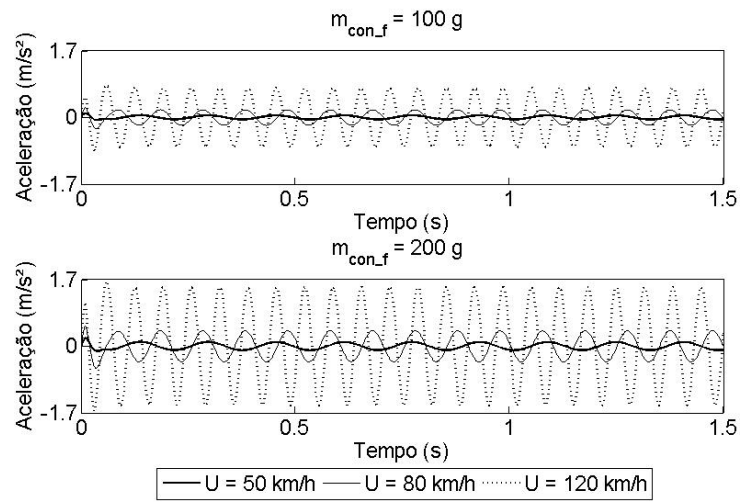


Figura 46 – Aceleração vertical da massa suspensa para a massa concentrada.

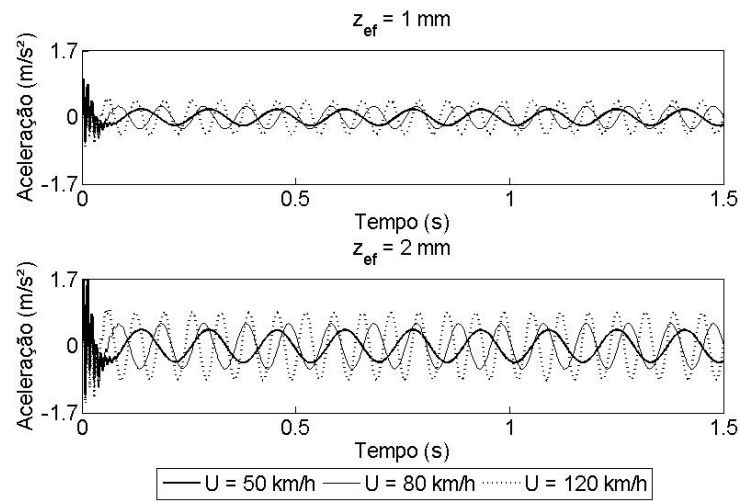


Figure 47 – Aceleração vertical da massa suspensa para a excentricidade.

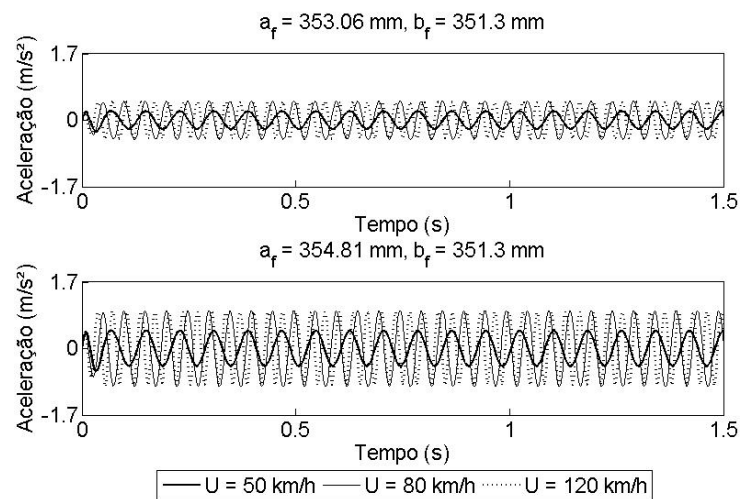


Figure 48 – Aceleração vertical da massa suspensa para a circularidade.

Como esperado, a Figura 46 mostra que a amplitude da aceleração aumenta com a velocidade e com a massa concentrada. A velocidade influencia a amplitude porque a força de excitação possui um termo de velocidade angular ao quadrado. Além disso, a resposta é linearmente dependente da massa de desbalanceamento.

A Figura 47 mostra que a amplitude da aceleração aumenta com a excentricidade e com a velocidade. Porém esse aumento é menos sensível em relação a velocidade quando comparada com o efeito na massa concentrada.

Por fim, a Figura 48 mostra o efeito da circularidade na vibração vertical da massa suspensa. Discutido anteriormente, percebe-se que uma excitação de segundo harmônico é criada, isto é, a frequência imposta no sistema é duas vezes a frequência angular do pneu. Além disso, nota-se que as amplitudes da resposta para as velocidades de 80 e 120 km/h estão próximas. Isso ocorre porque, para 80 km/h, a frequência de excitação (20,14 Hz) é próxima às primeiras frequências verticais das rodas, mostradas na Tabela 6. Além disso, para a velocidade de 120 km/h, a amplitude continua aumentando, uma vez que a velocidade da motocicleta também aumenta.

5.3.4. Análise de conforto

Afim de avaliar o conforto vibracional devido às desuniformidades do pneu, a norma ISO 2631:1978 foi utilizada. Ela propõe uma análise de aceleração RMS do espectro da massa suspensa comparando com limites de conforto. As acelerações RMS são avaliadas na banda de frequência de 1/3 de oitavas de 1 à 80 Hz, conforme comentado por Griffin (1996). Isso significa que várias acelerações RMS são tomadas de um sinal de resposta, uma para cada 1/3 de oitava na frequência. Devido ao fato de que as desuniformidades aqui analisadas criam, separadamente, excitações com somente uma frequência, um valor RMS é tomado somente para sua banda correspondente de excitação.

A Figura 49 mostra as acelerações verticais RMS da massa suspensa em função das desuniformidades do pneu dianteiro, da frequência de excitação e dos “limites reduzidos de conforto” propostos pela norma ISO 2631.

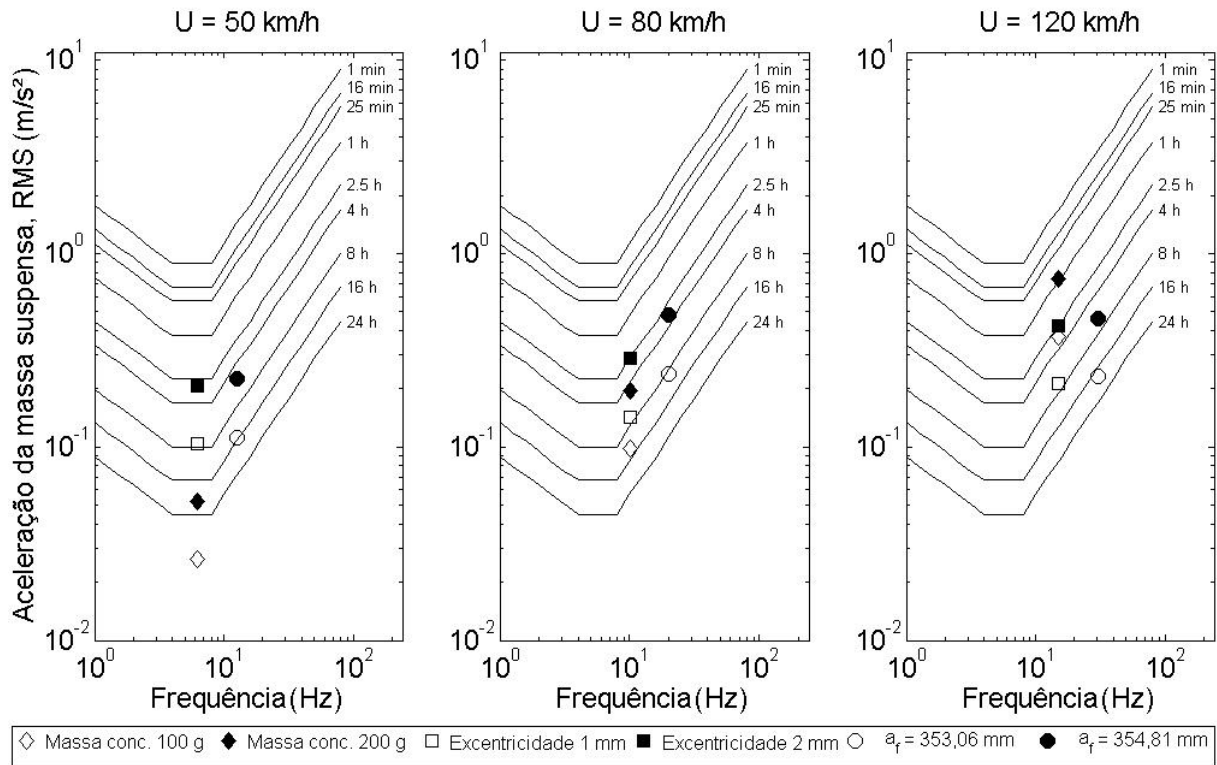


Figura 49 – Limites de conforto reduzidos propostos pela ISO 2631 e as acelerações verticais da massa suspensa.

Percebe-se que na Figura 49 a influência de cada desuniformidade e velocidade da motocicleta em relação ao conforto sentido pelo piloto. Para 50 km/h, por exemplo, o pneu com uma excentricidade de 2 mm se encontra numa faixa de conforto entre 2,5 e 4 horas, o que significa que após esse período, essa desuniformidade gera desconforto no banco da motocicleta. Para 80 km/h, a excentricidade de 2 mm e a circularidade com um semieixo " a_f " de 354,8 mm se encontram nos níveis mais altos de desconforto (entre 2,5 e 4 horas de tempo de exposição). Para 120 km/h, a massa concentrada de 200 gramas causa uma vibração significativa, que se torna desconfortável para um percurso de 1 hora apenas.

5.3.5. Comparação com testes experimentais

O modelo analítico de motocicleta foi comparado com testes experimentais realizados no campo de provas do fabricante de pneus que auxiliou esse projeto. A motocicleta andou sobre uma pista lisa com uma massa concentrada de 180 g no pneu dianteiro, a 80 km/h. Depois, o mesmo teste foi realizado sem a massa no pneu. As medidas

de acelerações verticais foram tomadas para os pontos A (roda traseira), B (suspensão traseira), C (motor), D (suspensão dianteira) e E (roda dianteira), mostrados na Figura 50.

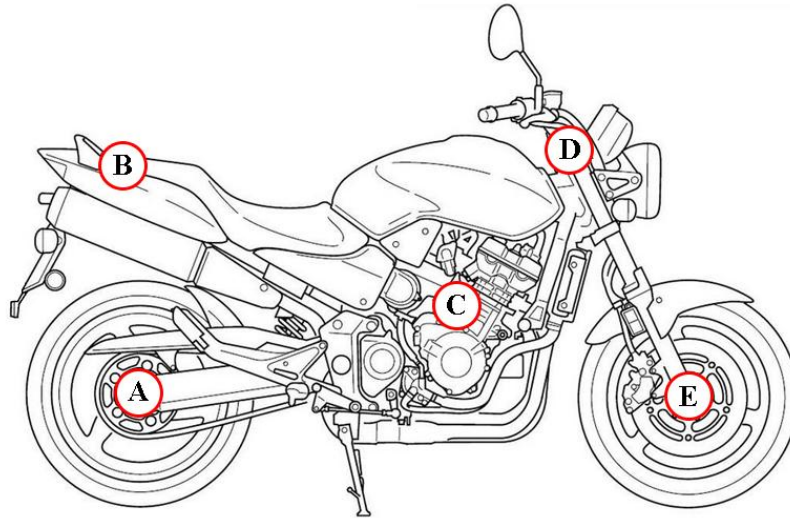


Figura 50 – Pontos de medidas nos testes experimentais.

A Figura 51a mostra os resultados dos testes experimentais para os pontos D (suspensão dianteira) e E (roda dianteira), enquanto que a Figura 51b mostra os resultados das simulações do modelo analítico nos pontos correspondentes " \ddot{z}_f " (suspensão dianteira), dada pela Equação 86, e " \ddot{Z}_{Wf} ", da Equação 72.

$$\ddot{z}_f = \ddot{z} + (p - b)(\ddot{\mu} \cos \mu - \dot{\mu}^2 \sin \mu) \quad (86)$$

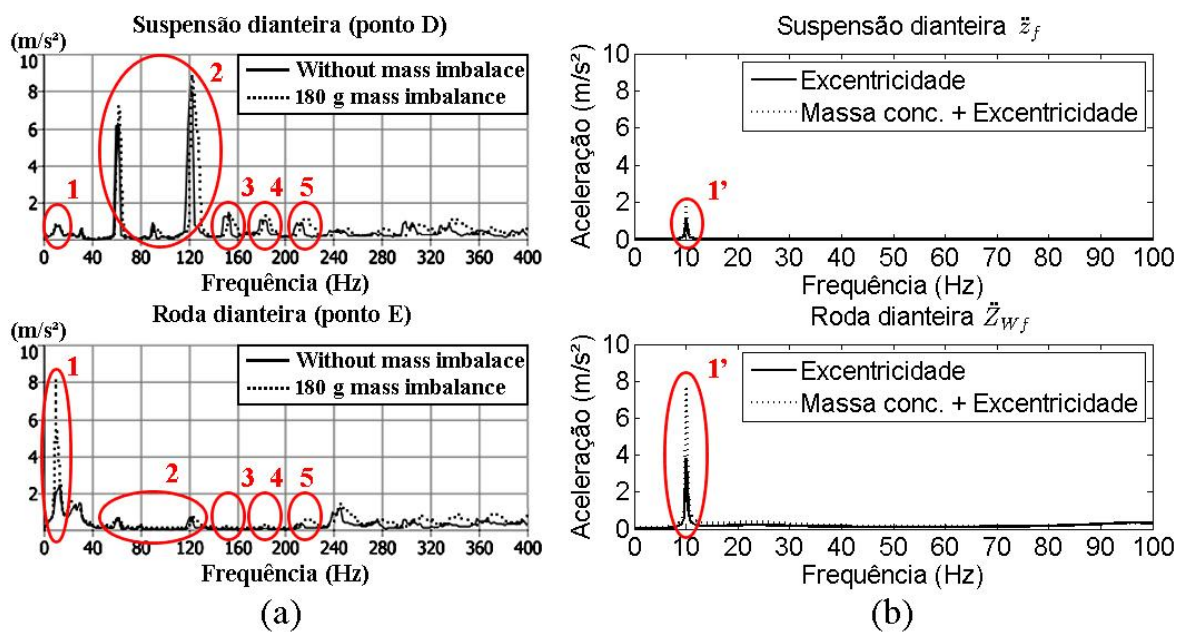


Figura 51 – a) Testes experimentais da motocicleta. b) Simulações do modelo analítico.

Os resultados dos pontos D (suspensão dianteira) e E (roda dianteira), na Figura 51a, mostram dois testes: um com uma massa concentrada e outro sem. Percebe-se a presença de um pico em cerca de 10 Hz em ambos os pontos D e E (pico número 1). Isso significa que existe uma fonte de excitação nessa frequência no veículo, podendo ser também causada por uma desuniformidade. Quando uma massa de 180 g é colocada no pneu dianteiro, esse pico aumenta no gráfico da roda dianteira, mas permanece quase constante na suspensão dianteira.

A Figura 51b mostra os resultados das simulações do modelo analítico de motocicleta. Quando avaliada com uma excentricidade de 2 mm no pneu dianteiro, o modelo exibe um pico no gráfico da suspensão dianteira e da roda dianteira também em 10 Hz (numerado como 1'). Ao adicionar uma massa concentrada de 180 g em fase com a excentricidade no pneu dianteiro, a amplitude do gráfico da roda dianteira aumenta, chegando perto de 8 m/s^2 , próximo ao valor observado no teste experimental para o ponto E. Uma vez que a excentricidade não foi medida no pneu dianteiro antes dos testes, pode-se supor a presença de uma excentricidade de 2 mm no pneu dianteiro da motocicleta real.

A Figura 51a mostra outros comportamentos do pneu. Os picos localizados aproximadamente em 60 e 120 Hz, indicados pelo número 2, possuem altas magnitudes na suspensão dianteira, sendo menores no centro da roda dianteira. Como o motor excita a estrutura em cima da suspensão, esses picos podem ser provenientes da vibração do motor. Nesse caso, o sistema de amortecimento da suspensão dianteira estaria absorvendo essas excitações, sendo menores no centro da roda dianteira. As Figuras 52 e 53 mostram outros testes realizados na motocicleta para estudar esse efeito do motor, onde os dados foram coletados com o motor ligado e desligado.

RESULTADOS 40 KM/H

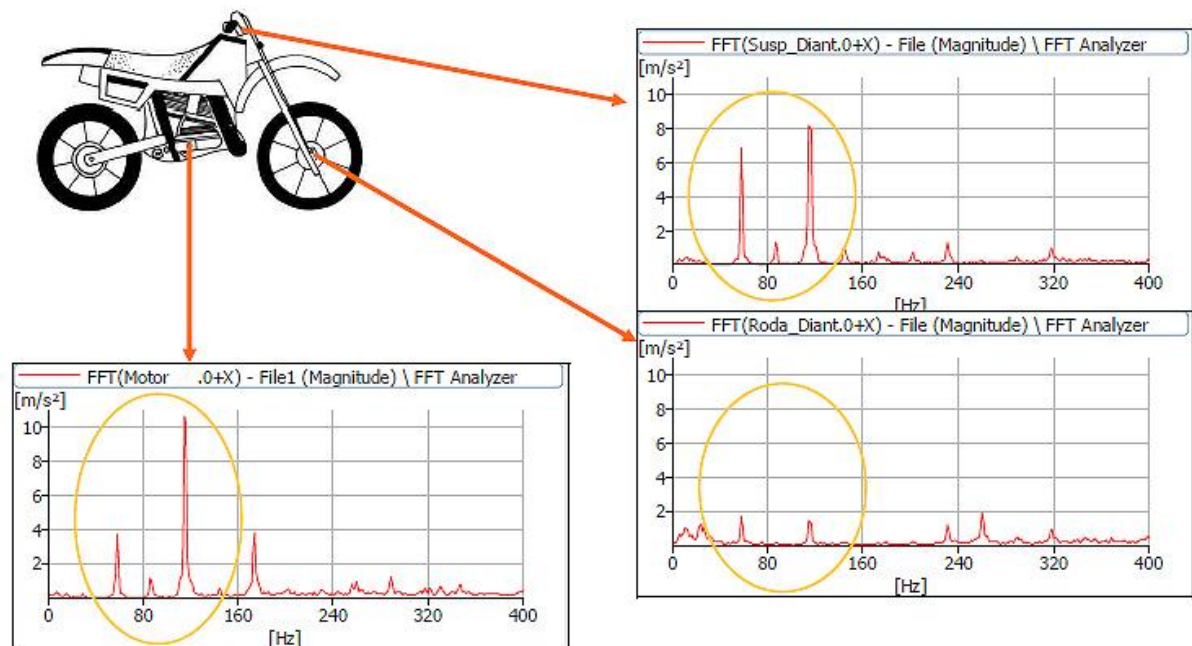


Figura 52 – Análise da motocicleta com motor ligado.

RESULTADOS 40 KM/H – MOTOR DESLIGADO

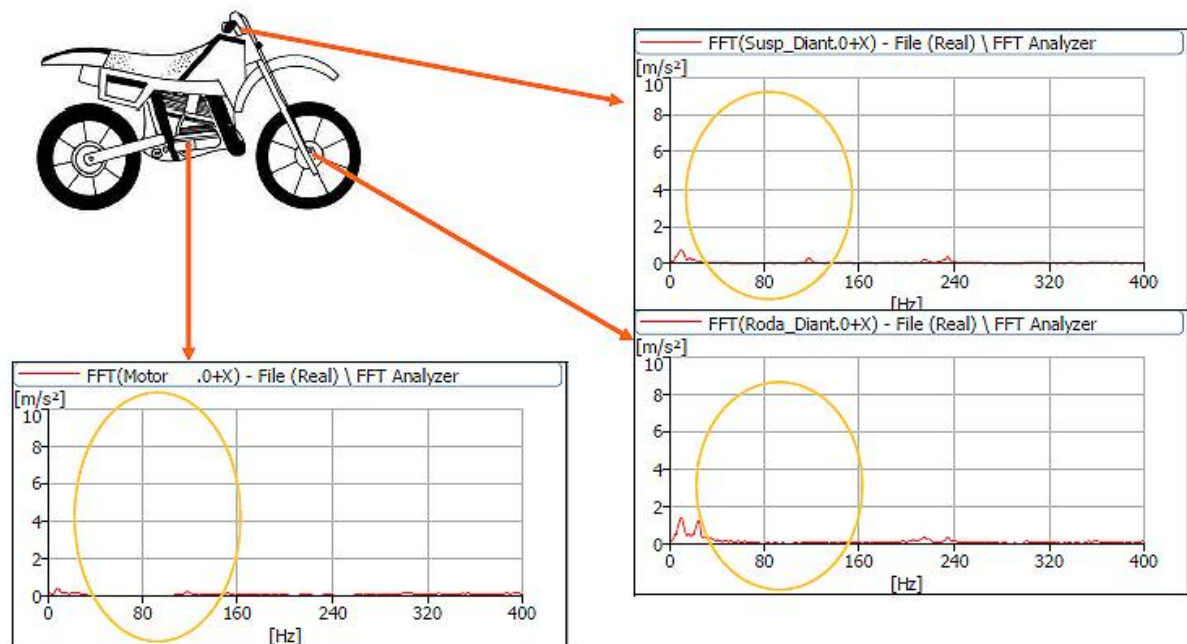


Figure 53 - Análise da motocicleta com motor desligado.

Percebe-se que os picos em 60 e 120 Hz provavelmente estão relacionados com a atividade do motor, uma vez que eles somem quando o motor é desligado, conforme visto na Figura 53.

No caso dos picos numerados de 3 a 5, eles podem estar relacionados com algumas frequências naturais e modos próprios de vibração na direção vertical, mostrados na Figura 54.

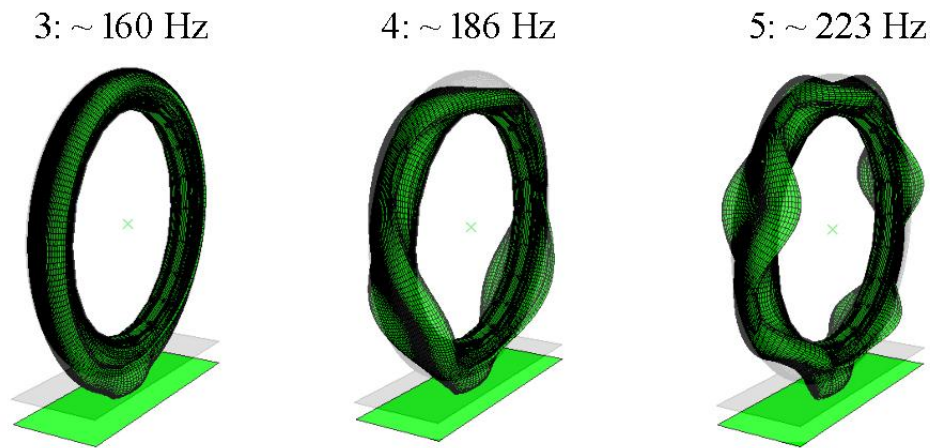


Figura 54 – Os primeiros três modos próprios verticais do pneu dianteiro.

O análise modal foi realizada pelo fabricante de pneus patrocinador desse projeto para o pneu dianteiro da motocicleta com uma pré-carga " N_{sf} " (definida na Tabela 5) com um aro analítico sem massa. Conforme observado na Figura 54, os picos de 3 a 5 possivelmente aparecem devido às vibrações relacionadas com seus modos próprios, que é transmitida pela estrutura. No entanto, nesse caso, deve-se notar que a suspensão poderia estar amplificando essas frequências, uma vez que elas são pequenas no centro da roda dianteira e altas na suspensão dianteira, mostradas na Figura 51a.

6. Conclusões

As motocicletas, numa abordagem simplificada, diferem dos carros em relação a sua estabilidade lateral, necessária para a manutenção do equilíbrio vertical e de fundamental importância no desenvolvimento de forças laterais que auxiliam esse veículo durante as curvas. A análise desse tipo de veículo em modelos de *quarter-car* ou *half-car*, muito usada em carros, pode ser utilizada desde que a motocicleta seja tomada apenas em movimento retilíneo e uniforme, sem realizar curvas.

O estudo dos modelos de motocicleta de vários graus de liberdade possibilitou a análise do comportamento dinâmico de várias características desse tipo de veículo. A primeira modelagem matemática, baseada em corpos rígidos, confrontou os dados e resultados gráficos obtidos por Cossalter (2006) e Cossalter et al. (2006), obtendo êxito em suas comparações. O modelo obtido é capaz de representar as respostas nos quatro graus de liberdade de forma satisfatória de acordo com a excitação imposta, tendo seus resultados representados tanto no domínio da frequência quanto do tempo, fundamentais para a análise do conforto dos ocupantes do veículo.

A mono-suspensão de um grau de liberdade ressaltou a importância do sistema de suspensão no veículo. Através da análise da transmissibilidade das acelerações em função da constante de amortecimento ξ , percebeu-se que o comportamento da resposta muda de acordo com o sistema de amortecimento, existindo um valor ótimo da constante para melhor desenvolvimento do conforto.

Já a mono-suspensão de dois graus de liberdade serviu para representar a influência do pneu no sistema. Os resultados analisados no domínio do tempo mostraram uma melhor dissipação de energia em forma de deslocamento e aceleração, absorvida pelo amortecimento presente na massa suspensa. Os resultados no domínio da frequência mostraram as respostas para diferentes constantes de amortecimento ξ , mas agora com a influência da frequência natural do pneu, possuindo amplitudes maiores que a frequência da massa suspensa na resposta do sistema.

No caso do modelo de quatro graus de liberdade, foram introduzidos os quatro principais modos de vibração da motocicleta. A passagem do modelo sobre uma lombada mostrou a importância do atraso de tempo entre as excitações presentes nas duas rodas, além

de ressaltar a o papel do amortecimento presente na massa suspensa. A excitação por um perfil de pista introduziu conceitos interessantes no que diz respeito à análise de conforto.

No desenvolvimento do modelo de pneu com desuniformidade, percebe-se a importância da modelagem dos graus de liberdade referentes aos deslocamentos angulares e verticais relativos entre o pneu e a roda. A representação do anel rígido auxilia na inserção das desuniformidades e os graus de liberdade tornam o modelo mais refinado. Os três modelos matemáticos desenvolvidos são simples, fáceis de serem manipulados e de rápida avaliação pós-resultados.

O modelo final de motocicleta com dez graus de liberdade surgiu da junção do modelo simples de motocicleta anteriormente desenvolvido com o modelo de pneu desuniforme proposto. Os conjuntos roda-pneu modelados podem ser facilmente acomodados para receber diferentes tipos de desuniformidades geométrica e de desbalanceamento de massa (massa concentrada). Além disso, o modelo possui baixo custo computacional, podendo ser usado como uma ferramenta importante nos estágios iniciais de desenvolvimento de pneus para motocicleta.

No que diz respeito ao estudo do conforto vibracional, a aceleração RMS permite verificar se algum tipo de desuniformidade do pneu causará desconforto ou não em função da velocidade do veículo e do tempo de exposição.

Por fim, a comparação do modelo final de motocicleta com os resultados experimentais mostrou que o modelo pode prever as respostas de vibração relacionadas com uma desuniformidade de pneu em particular, se mostrando satisfatório para outros tipos de desuniformidade.

Algumas modelagens e mudanças poderão ser feitas para trabalhos futuros. A representação de mais partes da motocicleta e, conseqüentemente, o aumento do número de graus de liberdade pode adicionar mais frequências naturais e modos próprios ao sistema, melhorando o comportamento vibratório e dinâmico do veículo. Além disso, um modelo de anel flexível seria capaz de representar outros modos próprios do anel e, conseqüentemente, outras frequências e modos do pneu.

Referências bibliográficas

- AGOSTINACCHIO, M.; CIAMPA, D.; OLITA, S. The Vibrations Induced by Irregularities in Road Pavements – a Matlab® approach. **European Transport Research Review**, p. 267-275, 2014.
- ANON., **AutoSim Reference Manual 2.5+**, Mechanical Simulation Corporation, 709 West Huron, Ann Arbor MI, 1998.
- BEITELSCHMIDT, M.; BENATH, K.; BÜTTNER, K.; QUARZ, V.; SCHUBERT, C. **SIMPACK Modeling Tool for Motorcycle Dynamics Simulation**. 2007.
- BLEVINS, R. D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Krieger Pub Co, 2001.
- COSSALTER, V. e DORIA, A., Model Simulation: the Latest Dynamic Simulation Developments for Motorcycle Tires. **Tire Technology International**, p. 38-41, September, 2001.
- COSSALTER, V. **Motorcycle Dynamics**. 2nd English ed. 2006.
- COSSALTER, V.; BERRITA, R.; DORIA, A.; LOT, R. Slide Rules: Implementation of a Motorcycle Tyre Model in a Multibody Code. **Tire Technology International**, March, 1999.
- COSSALTER, V.; BERRITTA, R.; DORIA, A. Identification of the Lateral and Cornering Stiffness of Scooter Tyres Using Impedance Measurements. **Proceedings of the 2nd International Conference on Identification in Engineering Systems**, Swansea, UK, v. 2, p. 669-678, 1999.
- COSSALTER, V.; DORIA, A.; GARBIN, S.; LOT, R. Frequency-domain Method for Evaluating the Ride Comfort of a Motorcycle. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 4, p. 339-355. 2006.
- COSSALTER, V.; DORIA, A.; LOT, R. Steady Turning of Two-Wheeled Vehicles. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 31, p. 157-181, 1999.
- COSSALTER, V.; DORIA, A.; LOT, R.; RUFFO, N.; SALVADOR, M. Dynamic Properties of Motorcycle and Scooter Tires: Measurement and Comparison. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 39, p. 329-352, 2003.

DE VRIES, E. J. H.; PACEJKA, H. B. Motorcycle Tyre Measurements and Models. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, Budapest, Hungary, v. 29, p. 280-298, 2007.

DELAMOTTE, J. C.; NASCIMENTO, R. F.; ARRUDA, J. R. F. Simple models for the dynamic modeling of rotating tires. **Shock and Vibration**, v. 15, p. 383-393, 2008.

DEODHAR, A. **Ride Dynamic Response of Commercial Vehicles Subjected to Wheel Unbalance and Non-Uniformity Effects**. Dissertação de Mestrado – Concordia University, Montreal, 2005.

DILLINGER, B. L. **The Development of Analytical Tire Models with Stiffness Non-Uniformities, Mass Imbalance, and Radial Run-out**. Dissertação de Mestrado – Clemson University, Clemson, 2005.

DONADIO, R. N. **Modelagem do Comportamento Direcional de Motocicletas em Curva**. Dissertação (Mestrado em Dinâmica), FEI, São Bernardo do Campo, 2009.

DORFI, H. R. Tire Non-Uniformities and Steering Wheel Vibrations. **Tire Science and Technology**, TSTCA, v. 33, no. 2, p. 64-102. 2005.

FREY, N. W. **Development of a Rigid Ring Tire Model and Comparison among Various Tire Models for Ride Comfort Simulations**. Clemson University. 2009.

FUJIOKA, T.; GODA, K. Tire cornering properties at large camber angles: mechanism of the moment around the vertical axis. **JSAE Review**, v. 16, p. 257-261, 1995.

GILLESPIE, T. D. **The Dynamic Behavior of Non-uniformity Tire/Wheel Assemblies**, Michigan: The University of Michigan. November, 1983. Technical Report.

GIPSER, M. **FTire, a New Fast Tire Model for Ride Comfort Simulations**.

GONG, S. **A Study of In-Plane Dynamics of Tires**. Delft University of Technology, MS Thesis, 1993.

GUO, K. et al. A Non-steady Tire Model for Vehicle Dynamic Simulation and Control. **Proceedings of the AVEC International Symposium on Advanced Vehicle Control**, Nagoya, Japan, v. 4, p. 335-340, 1998.

GRIFFIN, J. M. **Handbook of Human Vibration**. Elsevier Ltda. 1996.

GUIGGIANI, M. **The Science of Vehicle Dynamics**. Springer Dordrecht Heidelberg New York London. 2014.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION. **ISO 2631**: Mechanical vibration – Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration. 1978.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION. **ISO 5349-1**: Mechanical vibration – Measurement and Evaluation of Human Exposure to Hand-transmitted Vibration. 2001.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION. **ISO 8608**: Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data. 2005.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION. **ISO 8855**: Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary. 2011.

LINDEMUTH, B. E. An Overview of Tire Technology. **The Pneumatic Tire**, p. 2-13, 2006.

KENNY, T. Quantifying Tire, Rim and Vehicle Effects on Ride Quality. **Society of Automotive Engineers**, SAE 890369, SAE Warrendale, PA. 1989.

MARSHALL, K. D. An Overview of Tire Technology. **The Pneumatic Tire**, p. 231-285, 2006.

MARSHALL, K. D.; WIK, T. R.; MILLER, R. F.; IDEN, R. W. Tire Roughness - Which Tire Nonuniformities are Responsible. **Society of Automotive Engineers**, SAE Technical Paper 740066, Detroit. 1974.

MEIJAARD, J. P.; PAPADOPOULOS, J. M.; RUINA, A.; SCHWAB, A. L. **Linearized Dynamics Equations for the Balance and Steer of a Bicycle: a Benchmark and Review**. 2007.

NGWANGWA, H. M.; HEYNS, P. S.; LABUSCHAGNE, F. J. J. ; KULULANGA, G. K. Reconstruction of road defects and road roughness classification using vehicle responses with artificial neural networks simulation. **Journal of Terramechanics**, p. 97-11, 2009.

OLIVIERI, S. M.; CALI, M.; CATALANO, L. Dynamics of Motorcycle Using Flexible Elements. **International Design Conference**, p. 1227-1236, 2002.

PACEJKA, H. B. **Tire and Vehicle Dynamics**. SAE International and Elsevier. 2005.

PACEJKA, H. B.; BAKKER, E. The Magic Formula Tyre Model. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 21, p. 1-18, 1991.

PACEJKA, H. B.; BESSELINK, I. J. M. Magic Formula Tyre Model with Transient Properties. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 27, p. 234-249, 1997.

POTTINGER, M. Uniformity: a Crucial Attribute of Tire/Wheel Assemblies. **Tire Technology International**, v. 38, p. 24-46, 2009.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. 4^a edição, 2009.

RICHARDS, T. R.; CHAREK, L. T.; SCAVUZZO, R. W. The Effect of Spindle and Patch Boundary Conditions on Tire Vibration Modes. **Society of Automotive Engineers**, SAE Technical Paper 860243. 1986.

SAKAI, H. Study on Cornering Properties of Tire and Vehicle. **Tire Society and Technology**, v. 18, p. 136-139, 1990.

SANTOS, T. B. **Influência das Desuniformidades do Pneumático no Conforto Vibracional de um Veículo**. Dissertação (Mestrado em Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, Campinas, 2010.

SCAVUZZO, R.W.; RICHARDS, T. R.; CHAREK, L. T. Tire Vibration Modes and Effects on Vehicle Ride Quality. **Tire Science and Technology**, v. 21, 1993.

SHARP, R. S. The Stability and Control of Motorcycles. **Journal Mechanical Engineering Science**, v. 13, no. 5, p. 316-329, 1971.

SHARP, R. S.; LIMEBEER, D. J. N. A Motorcycle Model for Stability and Control Analysis. **Multibody System Dynamics**, v. 6, p. 123-142, 2001.

SOCIETY AUTOMOTIVE ENGINEERING. **SAE J670e**: Vehicle Dynamics Terminology. 1976.

SOCIETY AUTOMOTIVE ENGINEERING. **SAE J67a**: Ride and Vibration Data Manual. 1965.

SOCIETY AUTOMOTIVE ENGINEERING. **SAE J6a**: Ride and Vibration Data Manual. 1965.

- SOEDEL, W. On the dynamic response of rolling tires according to thin shell approximations. **Journal of Sound and Vibration**, v. 41, p. 233-246, 1975.
- SOEIRO, N. S. Vibrações e o Corpo Humano: Uma Avaliação Ocupacional. **I Workshop de Vibração e Acústica da Região Norte**. 2011.
- STEELE, G.L., Jr., **COMMON LISP: The Language**, Digital Press, Burlington, MA, 1984.
- STUTTS, D. S.; SOEDEL, W.; JHA, S. K. Fore-Aft Forces in Tire-Wheel Assemblies Generated by Unbalances and the Influence of Balancing. **Tire Science and Technology**, v. 10, No. 3, p. 142-162, 1991.
- TEZUKA, Y.; ISHII, H.; KIYOTA, S. Application of The Magic Formula Tire Model to Motorcycle Maneuverability Analysis. **JSAE 2001**, p. 305-310, 2001.
- U. S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **DOT HS 810 561: The Pneumatic Tyre**: Chapter 17: Tire Standards and Specifications. February, 2006.
- WATANABE, Y.; KALDJIAN, M. J. Modeling and Analysis of Bias-Ply Motorcycle Tires. **Computers and Structures**, v.17, p. 653-658, 1983.
- WHIPPLE, F. J. W. The Stability of the Motion of a Bicycle. **The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**, v. 30, p. 313-348, 1899.
- WONG, J. Y. **Theory of Ground Vehicles**. 3rd ed. 7: 431-436. USA: John Wiley and Sons, 2001.